

سلسلة النقب الثقافية

7
جزء



في
المنطق الرياضي
و تطبيقاته

إعداد: محمود عبد الله سليمان

سلسلة النقب الثقافية



المنطق الرياضي ٩ تطبيقاته

إعداد: محمود غير الله سليمان
موجه أدل رياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

الحمد لله .. لا تحيط بشئ من علمه إلا بما شاء

سبحانه .. أو يحيط كل شئ بعلمه

سما نده .. ذي المنه والنهل

أنا سأعلم بكل ما تحمله كلمات المقامات العامة أنه يحتل كل ما
تلقب خالصا له ، وأنه يوضع في ميزان أعمالنا في الدنيا .
هذا هو الجزء السابع من سلسلة اللقب الثقافية والتي أتمنى من الله
أنه يوفقني ويعينني على أنه أمل الأفاضل الأفاضل مني .

وكان وراء فكرة إصدار هذه السلسلة الخوف من هنيئنا المجهول
المضنية والتي كانت أنه تستغرق وقتا طويلا في البحث والتقصي
في علوم الرياضيات والحاسب دونه أنه يؤدي أغلبها المنع لغيري .

وكانه كتاب الروال الحقيقية الصادر في عام ١٩٨٧ بأكورة الترميم
بهذه الجهود إلى الدليل في نفع الغير ، ثم يتبعه سلسلة "الليل"
المنهجية في رياضيات المرحلة الثانوية ، وأخيرا أنا قد صممت
النفع لألفاظ الطوبى والعون لغيري من المعلمين .

ولما كان هناك الكثير من المبررات المنهجية والثقافية لم يرى الدور
رأيت أنه أصدر المناسب مني في إطار "سلسلة النقب الثقافية"
وأنه كتب لي : قول سيدنا شعيب لأهل "مدن" في "سورة هود"

بسم الله الرحمن الرحيم

« قَالَ يَقْوَرُ أَرَأَيْتُمْ إِنْ كُنْتُ عَلَى يَدَيْهِ مِنْ رَبِّي وَرَزَقَنِي مِنْهُ رِزْقًا حَسَنًا

وَمَا أُرِيدُ أَنْ أَمْلِكُمْ إِلَى مَا أَنْتُمْ بِكُمْ عَنْهُ إِنْ أُرِيدُ إِلَّا الْإِصْلَاحَ

مَا اسْتَطَعْتُ وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ ﴿٨٨﴾ » صدق الله العظيم

ومدري رسول الله (صل الله عليه وسلم) : "إذا مات ابن آدم انقطع عمله

إلا من ثلاث : صدقة جارية أو ولد صالح يدعو له أو علم ينتفع به "

وإصدار هذه السلسلة بخلاف يرى إقامته فناء عن الشخصية . حيوية الكتابة

نظرا لغيره وسوف يعاد لنا بتراب إبه شاهد الله في رحمة تالية .

نقرأ لهذه المنطعة لم يعد عالماً نظرياً كما كانه في الماضي ، فمن هذا
العقد إمتل المنطعة كماتاً بائناً بيده مختلف العلوم ، وأصبحت
تطبيقاته تشمل معظم العلوم .

نقرأ استندم المنطعة في دراسة الرواثر الكهربائية والرواثر الإلكترونية
ومجسمات التليفونات كما يعتبر محفراً أساسياً في أداء عمل الحاسبات
الإلكترونية ، وهذا كل من استندامه في مجال علم النفس والاقتصاد .
لذا تعتبر دراسة المنطعة - فاهمة المنطعة الرياضية - ضرورة ماسة في
هذا العصر فاهمة لدرسي الرياضيات والمرتميم بها .

وقد خصصت مادة هذا الكتاب لعرضه " المنطعة الرياضية وتطبيقاته " .
على أنه تتكامل بالكتاب التالي - الجزء الثامن - تحت عنوان
" المنطعة والبرهان الرياضي " .

وهذا الكتاب " المنطعة الرياضية وتطبيقاته " يشمل على خمسة فصول :
- الفصل الأول تعرضنا فيها للمنطعة ونشأته ، و
المفاهيم الأساسية للمنطعة الرياضية مثل التقارير (التقاييا)
والروابط والعلاقات المنطقية .

- الفصل الرابع تعرضنا فيه " لمنطعة الأمم " ، وكانه واقعاً
أنه هذه الدراسة جعلت بعينه المفاهيم الرياضية أكثر
منطقية .

- أما الفصل الخامس فقد تعرضنا فيه لبعض تطبيقات المنطعة
مثل الرواثر الكهربائية والجبر البولي والبرايات المنطقية ،
والهدف من هذا الكتاب هو أنه نوفر للقارئ أو الدارس - بحسبته
الله - أرمينية راسخة في المنطعة الرياضية وتطبيقاته والتي يمكنه
فهمها في أي مستوى من مستويات الدراسة .

وقد روي - قدر الإمكان - عند عرضه مادة هذا الكتاب :

- أنه تتضمنه بين طياتها معظم المفاهيم الهامة والتي تتعلق
بدراسة المنطعة الرياضية وتطبيقاته .

- أنه يتكون من ثلاثة المرفضة والتأديس المفاهيمية بسيطة

في محضرها متى يتثنى للقارئ متابعة المقترحات المنطقية التي
تعود تومنتيه ، فالهدف من هذه الأسئلة والتأريخ هو
استخدامها كوسيلة لتوضيح المقترحات المنطقية .
— أنه تكونه طريقة العرض ذات طابع يجمع بينه الدقة العامة
واليساطة والتسلسل المنطقي للمفاهيم .
وأخيراً كل الرجاء من الله سبحانه وتعالى أنه يحقق كل ما تلتفت بعينه
ما يفيو إليه في حياتنا وبعد مماتنا
.. .. نزهة الموفق والمستعان ..

محمود عبد الله سليمان
بييت عمر

الإعداد في 1993 م.
الإصدار في 2010 م.

7	مبادئ المنطوق	1
7	[1:1] المنطوق ونشأته	
11	[2:1] المنطوق واللغة	
14	[3:1] التقارير (القضايا)	
16	[4:1] المنطوق الرياضي	
18	الروابط (العلاقات) المنطقية	2
18	[1:2] الروابط المنطقية	
22	[2:2] مبادئ المنطوق	
40	[3:2] أنواع التقارير المركبة	
48	العلاقات المنطقية	3
48	[1:3] العلاقات المنطقية	
48	التفصيل	
51	التكثاف	
55	[2:3] الفهم في الحالات العامة	
	[3:3] استنتاج يتم المنطوق مركبات تقرير	
59	علمت قيمة مدقة	
65	منطوق الكم	4
65	[1:4] الجمل المنطوق	
68	[2:4] التقارير المسورة	
68	السور الكلى (٧)	
70	السور الجزئي (٣)	
72	[3:4] تقرير يتم المنطوق للتقارير المسورة	
78	[4:4] المسورات المركبة	
78	تقرير يتم المنطوق للمسورات المركبة	
83	[5:4] نفس التقارير المسورة	

- التجهيزات العلمية للمنظومة 91
- [1:5] المنظومة والدوائر الكهربائية 91
- [2:5] الجير البولي 99
- [3:5] المنظومة والتجهيزات 105
- البوابات المنطقية 105

[1:1] المنطق ونشأته.

[2:1] المنطق واللغة.

[3:1] التفكير (العبارة - تقنية)

[4:1] المنطق الرياضي.

الفصل 1

مبادئ المنطق

[1:1] المنطق ونشأته :

• تعتبر دراسة المنطق وسيلة وليست غاية في حد ذاتها ، حيث تمردنا
دراسته بأسلوب التفكير السليم الذي يجب أنه ينبثق في الختام على الأشياء .

• تدل كلمة المنطق من ناحية الاشتقاق اللغوي على العلم واللفظ ،
غير أنه هذه الكلمة في اليونانية تدل أيضا على العقل أو الفكر أو البرهان .
وقد استعمل هذا اللفظ بعدة معان أمهرا ، " المنطق هو العلم بالماضي
في المبادئ العامة للتفكير الصحيح " .

• ويعتبر أرسطو (384 - 322 ق.م) المؤسس الأول لعلم المنطق ،
فقد ظهر على يده المنطق كعلم له أسسه وقواعده ،
وتمثل المنطق الأرسطي بها دته الثروة الموروثة ، مبدأ الزاوية ، مبدأ عدم
التناقض ، مبدأ الثالث المرفوع ، ومخرجه القياس دونه لظهور بذكر
حتى عصر النهضة .

• وفي عصر النهضة كان من الطبيعي أن تقوم ثورة على هذا المنطق الأرسطي
نتيجة للتطور الذي طرأ على العلم الطبيعية والرياضية .
وقد بلغت هذه الثورة أشدها عند " ديكارت " و " بيلو " و " هابيلو " ،
فقد رأى هؤلاء العلماء أنه الفكر المجرد ومعه غير قادر على اكتشاف
الحقائق ، وإنما الفكر القائم على التجربة والاستقراء عند " بيلو " و
" هابيلو " - والفكر القائم على الملاحظات الرياضية والنظريات الخاصة

بالعدد والمقدار عند "ديكارت" هو الذي يؤدي بنا إلى التثبات في
الحقائق وتقصيل العلم.

ومن جهة أخرى تطورت الرياضيات ، وبمد العلمائها أنها طريقة البرهنة
فيها هي الطريقة المثلى ، وأنه البرهان هو عملية انتقال الزهد من
أشياء ، بسام بصورها إلى أخرى تستخلص منها بالضرورة ، وأنه العلم ينبعا
لهذه النظرة هو مجموعة من القضايا تستخلص من التعريفات والبراهين
والمعاني . محدث نأدي أصحاب الرياضيات وعلى رأسهم "ديكارت"
باتباع هذا المنهج برر منه المنهج القياس الأرسطي القديم .

• ونظراً لما يسهل المنطق والرياضيات من المشايير في الغاية والمصلحة
ما يجعل التزاوج بين الإثنية مملتا وليسرا - فكل القولية من العلم
ممتاز بأنه يعمل إلى التجريد واللفظ بالضرورة ، ويمتاز أنه كذلك بأنها
يتفقان في الغاية وهي الوصول إلى الربط الصحيح بين الأشياء من
طرق عمليات فدرية بسيطة تنفع لتوابع ثابتة وتتم بطريقة آلية -
كانه من العالين إذ أنه يقدر المعشورة بالمنطق في تطبيقه لنه
الرياضي على المنطق ، وبذلك تولدت فكرة تضاد بين المنطق وبين
الرياضيات كانت تتجلى بالظهور ما يسمى "المنطق الرمزي" أو "المنطق الرياضي".
• ويعتبر العالم والفيلسوف "ليبنز" (1646-1716 م) المكتشف الأول
للمنهج الرياضي - حيث أقر بوجوب إنشاء منطق جديد بعد بمثابة
علم شامع شامل يقوم على أساس الرياضيات - إلا أنه - أي ليبنز -
لم يستطع أنه يحق به هذا الجزء المفضل .

• وفي القرن الثامن عشر قامت محاولات عدة لاستكمال هذا المنطق الجديد
إلا أنها كانت محاولات ناقصة .

• وفي القرن التاسع عشر قامت محاولات جديدة نحو إكمال هذا المنطق

الرياضي، وما أنه انتقن القرنه برأ الشكل الحقيقي لنظرية المنطقه
الرياضي وأسسها الرئيسية. فقد قام الرياضي هانز هانز
"دي مورجان" و"بول" بوضع الأسس الحقيقي لهذا المنطقه
الرياضي، وبه أصبح المنطقه أكثر رياضياً، وأصبحت الرياضيات أكثر
منطقية.

• وإذا كان "ليبنز" يعد المكتشف الأول لهذا المنطقه، فترشده في
أنه "بول" يعتبر ثانياً مكتشفه، فقد استطاع في صرقة تامة وبرود
تأثير بالمنطقه القديم. حيث أنه لم يعرف عنه شيئاً كثيراً - أنه
يرس في قواعد المنطقه الرياضي.

• وقد تمنا بعد ذلك الأبحاث الخاصة بالمنطقه الرياضي بسرقة كبيرة
إلى أنه قام العالم "راسل" و"هوتير" بأفهم عمل في إقافة
الربط سببه المتكامل للمنطقه الرياضي وذلك في كتابهما المشترك
"الجارية الرياضي" والكونه سهرة أبحاث في 2000 صفحة
وذلك في الفترة (1910-1913 م). ففي هذا الكتاب ظهر المنطقه
الرياضي بأوضح صورة وقام نفسه.

• وبعد ذلك قامت محاولات عديدة، إلا أنها لم تكف شيئاً ذات
قيمة يُعتبر بها إلى النتائج التي وصل إليها "راسل" و"هوتير"
فكل ما أتى بعد ذلك يعتبر بمثابة إضافات بسيطة أو تزييناً
لما قام به هذان العالمان.

فمن سنة 1937 م. قام العالم "هيل" بتقديم معالجة للقضايا وفقاً
لما يترتب عنه الصواب والخطأ مثل (أكثر صواباً من -)
(أقل صواباً من -) (متساوية في الصواب) وسمى هذا المنطقه
"بالمَنْطقه التوبولوجي".

[2.1] المنطق واللغة :

بما أنه المنطقي يبحث في الفكر ، وبما أنه اللغة - أي لغة - هي التي يقدر
عنه الفكر . إذ أنه : كما أنه على المنطقي أنه يعنى باللغة ويهتم بدراسة
التركيبات الأساسية فيها .

ومن التركيبات اللغوية الرامة " الجملة "

والمنطقي لا يبحث في الجمل على شمولها ولكنه يهتم بنوع معين من الجمل
والتي تسمى في المنطقي " بالتقارير " أو " القضايا " أو " العبارات " .
وهذه الجمل - موضع الاهتمام - لأنه أنه تتفهم والمبادئ الأساسية
للفكر المستدل ، وهذه المبادئ هي :

I. مبدأ الهوية ، وصيغته " الوجود هو ذاته " أو " ما هو موجود
فهو موجود " - . ويعنى هذا المبدأ أنه كل قضية تبقى كما هي (صحيحة
كانت أم خطأ) مهما تغيرت الأحوال التي تقهر فيها .

فمثلاً إذا قلنا " مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي تساوي
360° " فإنه هذه القضية (العبارة) تبقى صائبة سواء أكان الشكل
الرباعي شبه منفرج أو متوازي أو محدب أو غير ذلك لأنه كل من هذه
الشكال هو شكل رباعي .

II. مبدأ عدم التناقض : وصيغته " يستحيل أن يوجد الشيء وأنه

لا يوجد في نفس الوقت ومنه نفس الجبهة " .
وهذا المبدأ يعنى أنه : أي قضية لا يمكن أن تكون صائبة وخاطئة
في نفس الوقت . فإذا سلمنا بأنه قضية ما صائبة فإنه تقبضها
(نفيها) يكون قضية خاطئة - والعكس صحيح .

فمثلاً : إذا قلنا أنه " يتقاطعت قطرا المضلع الرباعي في نقطة تقع
داخله " وسلمنا بأنه هذه القضية خاطئة فإنه نقبضها : " لا يتقاطعت
قطرا المضلع الرباعي في نقطة تقع داخله " تكون صائبة .

III. مبدأ الثالث المرفوع : وصيغته « لا وسطا بين الوجود واللاوجود »
وفي هذا المبدأ أنه أي قضية إما أن تنطوي على معنى صائب أو
على معنى خاطئ وليس هناك احتمال ثالث .

نحتمل إذا قلنا « ذهب زيد إلى المدرسة » ، هذه القضية من الجائز
أن تكون صائبة أو خاطئة بسبب واقع الحال . ولكنه في دراستنا
المنطقية علينا أن نسلم بصوابها أو بخطئها ولا غير ذلك .
أما البت في صحة أو خطأ مثل هذه القضايا فهذا أمر آخر بعيدا
عن قواعد المنطق .

● ولعرفة نوع الحمل التي ستكون موضع اهتمامنا في المنطق نتذكر
أولا ما يأتي :

- الجملة في اللغة نوعان :

- (أ) جملة خبرية : وهي التي تروي خبرا معينا .
(ب) جملة إنشائية : وهي التي لا تروي خبرا معينا .

- ومن أمثلة الحمل الخبرية :

1. الله لطيف بعباده .
2. 21 عدد يقبل القسمة على 3 ، 7 .
3. $9 = 4 + 5$
4. ألبرت آينشتاين عالم عربي .
5. لكل عدد حقيقي مقوس جمعي .
6. $5 = 0 \times 5$
7. ذهب زيد إلى المكتبة .
8. المسافة المقطوعة = السرعة \times الزمن .
9. س + د ح = 4
10. ... طالب مجتهد .

11. الأهل سينوز على الزمالة في الممارسة القادرة

12. سيكون الجو حاراً خلال الأسبوع القادم.

وبالتأمل في الجمل الجبرية السابقة نلاحظ أنه:

• الجمل 1، 2، 3 : خبرية - صائبة

• الجمل 4، 5، 6 : خبرية - خاطئة.

• الجملتان 7، 8 : خبريتان - وهما الجائز هواب أو خطأ

أي أنها مسبب واقع الكالت.

• الجملتان 9، 10 : خبريتان - ولا نستطيع الحكم مباشرة على

صواب أو خطأ أي منهما، إلا بعد تدبير همتي

المستغريه س، ص أو على الفراغ

• الجملتان 11، 12 : خبريتان - ولا نستطيع الجزم بصواب أي

منها تماماً أو خطأ تماماً، بل يمكنه تحديد كل

منها، بمعنى أنه سيكون لكل منهما حالة وسط

بين الصواب والخطأ.

- ونسعى الجمل الجبرية 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8 وأمثالها «تقارير» أو

«عبارات» أو «قضايا» "Statements"

كما تسمى الجملتان 9، 10 وأمثالها «جمل مفتوحة».

وبالنظر إلى الجمل الجبرية والتي اضطررنا على تسميتها «بالتقارير»

أو «البيانات» نرى أنها تنقسم ومبادئ القبول الأساسية

السابقة حيث تنقسم إلى الصواب كل الصواب أو الخطأ

كل الخطأ وبالتالي فإنه دراستنا للمنطق سوف تنصب على مثل

هذه التقارير.

أما الجمل الجبرية أمثال الجملتان 11، 12 السابقة فهذه محال لها

في المنطق وإنما يحالها الحديث عنها في مجال آخر نظرية الاحتمال.

- ومنه أسئلة الجمل الإنشائية :

1. ارسم قطعة متقيمة طولها 3.
2. لا تنقسم على العشر
3. ما هو الحاصل القوي على مجموعة الأعداد الحقيقية ؟
4. ما أصل هذه الزهرة .
5. لعل الله يرهمنا .
6. ليت الشباب يعود يوماً .
7. احترس !
8. أياك والاقتراب من النار .

- وبالتأمل في هذه الجمل الإنشائية نجد أنها تمثل الأمر والهن والاستفهام والتعجب والتمني والترجي والتعنيف على الترتيب وهذه الجمل وأمثالها لا يمكنه الدرس عند صواب أو خطأ أي منها وبالتالي من أيضاً خارج دراستنا لمنطقه .

[3.1] التقرير (العبارة - القضية) Statment

- التقرير هو جملة خبرية لها فاصلة الصواب أو الخطأ وليس كليهما .
- وإذا ارتبط التقرير بكلمة صواب (True) سمي "تقريراً صائباً"
 - وإذا ارتبط التقرير بكلمة خطأ (False) سمي "تقريراً خاطئاً"
 - " وصواب التقرير أو خطئه يسمى " قيمة الصواب (الصدوق) له "
 - و حسب التعريف السابقه يكونه لأي تقرير قيمة صدوق واحدة ،
 - وإذا علمت قيمة الصدوق للتقرير سمي "تقريراً معيناً" ،
 - وإذا لم تكن معلومة (مثل التقارير التي يتبدل صوابها أو خطؤها
 - هبطه وانه الحال) سمي التقرير "تقريراً غير معين"
 - وتنقسم التقارير إلى :
 - تقارير بسيطة
 - تقارير مركبة .

- التقرير البسيط : هو العبارة التي تحمل خبراً واحداً .
- التقرير المركب : هو العبارة التي تحمل أكثر من خبراً واحداً .

- أسئلة :

1. $12 = 4 \times 3$. تقرير صائب
 2. $5 > 3$. تقرير خاطئ
 3. تقرير المتكامل متعامداً
 4. لبيتز هو المؤسس الأول لعلم المنطق الرياضي . تقرير صائب
 5. المسألة المتوقعة = السرعة \times الزمن
 6. نفس التقرير سيكون خاطئاً .
 7. كونوا عباد الله إخواناً
 8. ما أجملك !
 9. في الليل
- ليس تقرير (جملة طلبية)
 - ليس تقرير (جملة تعجيية)
 - ليس تقرير (سببه جملة)

- ومن أسئلة التقارير المركبة :

1. السماء صافية والشمس ساطعة .
2. $6 = 3 \times 2$ أو $6 = 3 + 2$.
3. ليس صحيحاً أنه السماء منفردة صفاً .
4. إذا كانت س = ٤ فإنه س ح = ٤
5. يكون الشكل الرباعي معيناً إذا وثقظ إذا تساوى أحوال أضراسه .

وتعريف قيمة القيمة لكل هذه التقارير المركبة ستكون موضع اهتمامنا في البند التالية

١٦ الفلطق الرياضي:

يعد المنطق الرياضي بمثابة علم مناهج شامل له نستقا رياضيا ، فهو
عبارة عن مجموعة من القواعد والنسائيب التي تستخدم لتعلمهما إذا كان
استنتاج جملة خبرية (تقرير) من سابقاتها مستقلا أم لا - وهذا
نظم يتعلمه تحت بالنامية الشكلية وليس بالضمورية.
منها كانت الجمل الخبرية (صواب أو خطأ) المستمدة ، ومنها كان
الاستنتاج المستند على المنطق مخالفا للبديهية والواقع بأنه هذا
الاستنتاج يكون صحيحا من حيث الشكل - لذا يطلعه على المنطق أحيانا
" المنطق الصوري " أو " المنطق الشكلي " .

والمثال التالي يوضح ذلك :

مثال : إذا سلمنا بأنه : جميع الدول العربية تقع في قارة أفريقيا ،
، سوريا دولة عربية .

فإن الاستنتاج المنطقي هو : سوريا تقع في قارة أفريقيا .

- في هذا المثال نلاحظ أنه :

على الرغم من أنه الجملة الأولى لا تتفق مع الواقع ، حيث أنه هناك
دول عربية - مثل سوريا - لا تقع في قارة أفريقيا - إلا أنه
النتيجة : "سوريا تقع في قارة أفريقيا" تعتبر صحيحة من وجهة
نظر المنطق مع أنه هذه الجملة تناقض الواقع .

تهارين [1:1]

• عيه التقارير (التفانيا) سه بيه الجمل التالية ، وبيه قيمة
المصواب لكل منها :

1. • أينشيه مكتشف نظرية النسبية .
 2. • قطر المعية بقدر مراله .
 3. • اقرأ باسم ربك الذي خلقه .
 4. • $0 + 5 = 0 \times 5$
 5. • لا تقول له لشئ إن فاعل ذلك غدا ، إلا أنه يشاء الله .
 6. • القوس مبرنية عربية
 7. • لعلى آتاكم منها ، بخر .
 8. • $س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$ لكل س ، ص ع
 9. • لا تطف الله نفسا ، إلا وسعها .
 10. • يوهي عدد طبيعي س حيث $\sqrt{س} = س^2$
 11. • $\sqrt{س^2} = س$ ، س ع
 12. • جميع قياسات الزوايا الراقلة لذات مثلث =°
 13. • في السماء
 14. • وفي السماء رزقكم وما توعدونه .
 15. • إذا كانت $س^2 = 4$ فإنه $س = 2$
 16. • $4 = \sqrt{8-2} \times \sqrt{2-2}$
 17. • منيرا $(1 + \frac{1}{n})^n = e$ حيث e الأساس الطبيعي لعموما قما C
 18. • زيه طالب مجتهد .
- أصعب النتيجة النظرية لكل من العبارات التالية :
19. • كل العلماء عباقرة ، ليعتبر عالم
 20. • جميع الأعداد الأولية هي أعداد فردية ، 2 عدد أولي

2

الفصل

الروابط المنطقية

[1:2] الروابط المنطقية

[2:2] جداول الصدق

[3:2] أنواع التقارير المركبة

[1:2] الروابط (العلاقات) المنطقية:

تعتبر التقارير (التقارير) اللبنيات الذرية التي يقوم عليها علم المنطق،
ومنه هذه التقارير بعمليات استقافه تقارير جديدة وذلك باستعمال روابط
مستمرة مع أدوات الربط في اللغة العربية ونوع تعريف منطق كدر -
ونسى « بالروابط - أو العلاقات - المنطقية ».

وهذه الروابط هي:

1. ليس صحيحاً أنه ...

وهي رابط أحادي - ونسى « أداة النفي ».

2. ... و ... و ...

وهي رابط ثنائي - ونسى « أداة العطف ».

3. ... أو ...

وهي رابط ثنائي - ونسى « أداة النصل ».

4. ... أو ... وليس كليهما

وهي رابط ثنائي - ونسى « أداة النصل الحقيقي ».

5. إذا ... فإنه ...

وهي رابط ثنائي - ونسى « أداة الشرط ».

6. ... إذا ونقط إذا ...

وهي رابط ثنائي - ونسى « أداة الشرط المزروع ».

- والتقريب الذي يشتمل على واحدة أو أكثر من أدوات الربط السابقة
يسمى « تقريراً مركباً ».

أما إذا كان التقرير خالياً عن أدوات الربط السابقة في "تقريراً بسيطاً" ومنه أمثلة التقارير المركبة :

• ليس صيماً أنه الشمس مشرقة .

• الشمس مشرقة و السماء صافية .

• الشمس مشرقة أو السماء مليئة بالغيوم .

• إما أنه الشمس مشرقة أو السماء مليئة بالغيوم وليس كليهما .

• إذا كانت السماء صافية فإنه الشمس مشرقة .

• الشمس مشرقة إذا وفقط إذا كانت السماء صافية .

● التعبير الرمزي للتقارير والروابط المنطقية .

سنرمز للتقارير بالحروف اللاتينية A, B, C, D, E, ...

كما سنستخدم الرموز التالية لأدوات الربط - وهي رموز مستندة

على نظام عالمي رغم اختلاف اللغات .

1. ليس صيماً أنه ... يرمز لها بالرمز \neg ...
2. ... و ... يرمز لها بالرمز \wedge ...
3. ... أو ... يرمز لها بالرمز \vee ...
4. ... أو ... وليس كليهما يرمز لها بالرمز \vee ...
5. إذا ... فإنه ... يرمز لها بالرمز \rightarrow ...
6. ... إذا وفقط إذا ... يرمز لها بالرمز \leftrightarrow ...

مثال : إذا كان الرمز A يرمز للتقرير "زيد طالب ذكي"

والرمز B يرمز للتقرير "ينام الليل"

فالكتب كلاس التقارير المنطوقية التالية في الصورة الرمزية :

(1) زيد ليس طالب ذكي .

- (2) زيد طالب ذى ويناام الليل .
 (3) زيد طالب ذى أو ويناام الليل .
 (4) زيد طالب ذى أو غيب .
 (5) إذا كانه زيد طالب ذى فإنه ينام الليل .
 (6) إذا كانه زيد ينام الليل فإنه ليس ذكيا .
 (7) زيد ينام الليل ، إذا فقط ، إذا كانه ذكيا .
 (8) فقط ، إما زيد طالب ذى أو أنه ينام الليل .
 (9) إما زيد طالب ذى أو ينام الليل وليس فكهما ولكنه غيبا .
 (10) ليس صحيحا أنه : إذا كانه زيد ينام الليل فإنه يكونه غيبا .

الحل :

- | | | | |
|-----|-----------------------|------|-------------------------|
| (1) | $P \sim$ | (2) | $P \wedge A$ |
| (3) | $P \vee A$ | (4) | $P \sim A$ |
| (5) | $P \leftarrow A$ | (6) | $P \leftarrow A$ |
| (7) | $P \leftrightarrow A$ | (8) | $P \vee A$ |
| (9) | $(P \vee A) \sim A$ | (10) | $(P \leftarrow A) \sim$ |

مثال : إذا كانه التقدير P : « أظرت السماء »
 والتقدير A : « نبت الزرع »

فأكتب التقادير التي دلالاتها الرموز التالية :

- | | | | |
|-----|-----------------------|-----|-------------------|
| (1) | $P \vee A$ | (2) | $P \wedge A$ |
| (3) | $P \leftarrow A$ | (4) | $P \vee A$ |
| (5) | $P \leftrightarrow A$ | (6) | $P \sim A$ |
| (7) | $P \sim (A \vee B)$ | (8) | $(P \vee A) \sim$ |

الحل :

- (1) أظرت السماء أو نبت الزرع .
 (2) أظرت السماء و نبت الزرع .
 (3) إذا أظرت السماء فإنه الزرع نبت .
 (4) إما أنه السماء تمطر أو الزرع نبت وليس كلهما .

- (5) يَنْبِتُ الزَّرْعَ إِذَا دَنَقَطَ إِذَا أُمِطَتْ السَّمَاءُ
 (6) السَّمَاءُ لَا تَمْطُرُ وَالزَّرْعُ يَنْبِتُ .
 (7) لَا تَمْطُرُ السَّمَاءُ إِذَا دَنَقَطَ إِذَا كَانَهُ الزَّرْعُ يَنْبِتُ .
 (8) لَيْسَ صَحِيحاً أَنَّهُ : الزَّرْعُ يَنْبِتُ وَالسَّمَاءُ لَا تَمْطُرُ .

ملامحات :

- بالرغم من أنه أدوات الربط المنطقية مستمرة من أدوات الربط في اللغة ، إلا أنه استخدمها ليشرح إلى حد بعيد استخدام العمليات في الحساب وجبر الأعداد وجبر الفئات - لذا فإنه هذه الروابط المنطقية تسمى أميانيا « بالعمليات المنطقية » .
- في المنطق الرياضي تستخدم أدوات الربط للربط بين أي تقريرين أو أكثر بنفسه المنفرد به وجود صلة حقيقية بين هذه التقارير أم لا .
 فنقول : « إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه السماء تمطر ذهباً » .
 أو نقول : « لنجد معاهدة فرنسا أو $4 \times 3 = 12$ » .
- قيمة الصيغة لأي تقرير مركب لا تتوقف على المعاني التي تحملها التقارير البسيطة المكونة له (ولكن مركباته) ، بل تتوقف على صواب أو خطأ كل من هذه التقارير البسيطة وعلى أدوات الربط المستخدمة .
- ومن أجل معرفة قيمة الصيغة للتقارير المركبة وسهولة دراستها نستخدم جداول تسمى « جداول الصواب » أم « جداول الصيغة » .

[2:2] جدول الصدق

يسمى الجدول الذي يتضمن كل البيانات يتم الصدق لتقرير ما "جدول الصواب" أو "جدول الصدق" أو "جدول الحقيقة" Truth table وهذه الجداول تشبه إلى مركب جداول انتماء العنصر إلى المجموعة

إذا كان لدينا التقرير "P" فإنه هذا التقرير :

إما أنه يكون صائباً ويرمز له بالرمز ص 1،

وإما أنه يكون خاطئاً ويرمز له بالرمز خ 0،

ويكون جدول الصدق للتقرير P هو :

P
1
0

P
ص
خ

إذا كان لدينا التقرير P، B وكانت قيمة الصدق لكل منهما إما

صواب (ص) أو خطأ (خ) فإنه جدول الصدق الذي تقرير جديد

سـ P، B لابد أنه يتضمن البيانات المختلفة ليتم صدق المركبة A

ويتم صدق المركبة B .

وفي هذه الحالة نجد أنه جدول الصدق للتقرير الجديد يتضمن أربع

البيانات المركبة P، B معاً على النحو التالي :

التقرير المركبة P، B معاً	B	P
.. ..	ص	ص
.. ..	خ	ص
.. ..	ص	خ
.. ..	خ	خ

إذا كان لدينا التقرير P، B . وكانت قيمة الصدق لكل منهما

إما صواب (ص) أو خطأ (خ) فإنه جدول الصدق الذي تقرير

مركبة P، B معاً يكون على الصورة التالية :

١	ب	ح	التقرير المركب م، ب، ح معًا
ص	ص	ص	-----
ص	ص	ح	-----
ص	ح	ص	-----
ص	ح	ح	-----
ح	ص	ص	-----
ح	ص	ح	-----
ح	ح	ص	-----
ح	ح	ح	-----

ملاحظات :

- إذا كانت قيمة المصروف للتقارير التي تناولها إما ص أو ح فإنه:
- 1 - جدول إصداره لتقريره بتفصيله معًا يتضمنه ² إمكانية .
 - جدول إصداره لتقريره تقارير مختلفة معًا شفهية ² إمكانية .
 - وبعبارة عامة :

جدول إصداره المركب م، ب، ح مع التقارير المختلفة
 شفهية ² إمكانية .

- 2 إذا كانت هناك تقارير بعضها صوابٌ فقط أو خاطئٌ فقط
 - وهي ما أسمىها سابقاً «بالتقارير المعينة» فإنه لا يحتاج
 السابغ عندئذٍ لتقريره صريحاً .

مثلاً : إذا كانت قيمة المصروف للتقرير م ص ص
 ، قيمة المصروف للتقرير ب ص ح
 ، قيمة المصروف للتقرير ح غير معينة {إما ص أو ح}
 فإنه عدد إمكانيات ظهور التقارير م، ب، ح معًا =

$$2 = 2 \times 1 \times 1 =$$

وبنوع جدول إصداره في هذه الحالة على الصورة :

١	ب	ح	التقرير المركب م، ب، ح معًا
ص	ح	ص	-----
ص	ح	ح	-----

- كما سببه أنه ذكرنا أنه قيمة الصواب الذي تقرير مركب تتوقف على يتم
الصدور للتقارير البسيطة المكونة له ، وعلى أدوات الربط المستخدمة .
- وفيما يلي نتعرف على القواعد الخاصة بأدوات الربط والتي تنعكس
بواسطة - بصيغة رياضية - قيمة الصواب الذي تقرير مركب .

[2:2] أداة النفي (Negation)

نفس التقرير P - يرمز له بالرمز $\sim P$ ، وتحدد قيمة صدقه طبقاً
للقاعدة التالية :

إذا كان P صواباً فإنه $\sim P$ سيكون خطأً
وإذا كان P خطأً فإنه $\sim P$ سيكون صواباً .
وتكون صدق الصدور للتقرير P ونفيه $\sim P$ كالتالي :

\sim	P
ص	ع
ع	ص

- ملاحظات :
1. النفي محمولاً يعني « الوجود للوجود »
 2. أقسم على صواب تقرير ما أو نفيه يعود بالدرجة الأولى
إلى فرع العلم الذي ينتمي إليه هذا التقرير ، أما نفي
التقرير فينضج حكم قاعدة النفي المنطقية .
 3. يستند عند نفي التقارير أساليب لغوية متعددة ، أو
رموز رياضية متعددة - وعلية الرياضيات تكون نفي
التقرير هو الحالة أو الحالات الممكنة لحالة هذا التقرير

فمثال ، (1) إذا كان لدينا التقرير P : « الشمس مشرقة »
فإن نفيه $\sim P$: ليس صحيحاً أنه الشمس مشرقة
: ليست الشمس مشرقة
: الشمس غير مشرقة

(2) :: التقرير المركب (ب٨٢) ه٨ يحوي ثلثة متغيرات ب، ه، ه
 :: جدول الصمد لهذا التقرير يتضمن 8 إمكانيات

ب	ه	ه٨٢ (ب٨٢)
ص	ص	ص
ص	ع	ص
ع	ص	ص
ع	ع	ص
ص	ع	ع
ص	ص	ع
ع	ع	ع
ع	ص	ع
ع	ع	ع

• رابط أنه التقرير (ب٨٢) ه٨ يكونه هويا في حالة واحدة فقط وهي كونه ب، ه، ه هويا معا.

• ليس الرابط "أحيانا" بعملية الغرب النطق
 كما نرى للتقرير ب٨٢ أحيانا بالرمز ب أو ب

[3:2:2] أداة الربط "أو" (Inclusion (v)

"التقرير المركب ب٧٢ يكونه هويا في جميع الحالات عدا كونه ب، ه، ه خطأيه نعا"

و طبقا لهذه القاعدة يكونه جدول الصمد للتقرير ب٧٢ كالتالي:

ب	ه	ب٧٢
ص	ص	ص
ص	ع	ص
ع	ص	ص
ع	ع	ع

• مثال: إذا كانه: التقرير م هو "تقرير المعية متعامدة"
و التقرير ب هو "تقرير المعية متساوية" في الطول
و التقرير هـ هو "السماء تمطر".

فبنيته باستدراك مبدأ أول الصدفة أنه:

- (i) التقرير (٧٢) ٨ (٨٢) غير معية
(ii) التقرير (٧٢) ٧ [٨٢] معية وصدقية متساوية

الحل: من الواضح أنه: التقرير م صواب، التقرير ب خطأ
أما التقرير هـ فتعتمد قيمته متساوية على حالة الطقس لحظة ذكر
هذا التقرير، وبالتالي فتركيبه متساوية وتركيبه خاطئاً.

∴ عدد المقاييس المختلفة لجدول الصدفة =

= عدد المقاييس م × عدد المقاييس ب × عدد المقاييس هـ

$$2 = 2 \times 1 \times 1 =$$

							(i)
							٨
٢	ب	ح	٧٢	٨٢	٧ [٨٢]	(٧٢) ٨ (٨٢)	
ص	ع	ص	ص	ص	ع	ص	
ص	ع	ع	ص	ع	ص	ع	
							(ii)
							٧

من هذا الجدول نلاحظ أنه:

- (i) في العمود السابع ظهرت قيمتي الصدفة ص، ع
يعني ذلك أنه التقرير (٧٢) ٨ (٨٢) ليس له قيمة صدفة
ثانية - وبالتالي فهو تقرير غير معية منطقياً.

- (ii) في العمود الثامن ظهرت قيمة صدفة واحدة - يعني ذلك أنه

التقرير (٧٢) ٧ [٨٢] له قيمة صدفة ثانية - أي
أنه صواب (وتركيبه خطأ في سائر آخر) دائماً - وبالتالي
فهو تقرير معية منطقياً.

[4:2:2] أداة الربط "أما... أو... وليس... عليها" (Exclusion (لا))

«التقرير المركب ٧٢ ب يكون صواباً فقط إذا كان أحد التقريرين ٧٢ ب صواباً والآخر خطأ»

وطبقاً لهذه القاعدة يكون جدول الصواب للتقرير ٧٢ ب كالتالي:

٧٢ ب	ب	٧٢ ب
ص	ص	ص
ص	ع	ص
ع	ص	ع
ع	ع	ع

- معنى ذلك أنه ٧٢ ب يكون صواباً إذا اختلفت قيمتي صواب ٧٢ ب ويكون خاطئاً إذا اتفقت قيمتي صواب ٧٢ ب.

• مثال: لتليه ٧: "الدرعة كروية"

ب: "الدرعة تدور حول الشمس"

ج: "2 + 3 = 4"

د: "اليوم ساطعة"

فحينئذ قيمة الصواب (أه أمته) لكل من التقارير التالية:

(1) ٧٢ ب (2) ٧٢ ب

(3) ٧٢ ب (4) ٧٢ ب

(5) ٧٢ ب (6) ٧٢ ب

(7) ٧٢ ب (8) ٧٢ ب

(9) ٧٢ ب (٧٢ ب) ٧٢ ب

الحل: التقرير ٧ صواب ٧ ب صواب ٧ ج خطأ

أما التقرير ٧ فصحاه {ص، ع} - أي غير مقيّد.

(1) أداة الربط ٨ - صواب ٧ صواب ٧ ب صواب ٧ ب صواب

(2) أداة الربط ٨ - صواب ٧ خطأ ٧ ب صواب ٧ ب خطأ

(3) أداة الربط ٨ - صواب ٧ غير مقيّد ٧ ب صواب ٧ ب غير مقيّد

(4) أداة الربط ٧ - ٢ صواب ، ب صواب ⇐ ٧٢ ب صواب
 (5) أداة الربط ٧ - ٢ صواب ، ج خطأ ⇐ ٧٢ هـ صواب
 (6) أداة الربط ٧ - ٢ صواب ، د غير معينه ⇐ ٧٢ د صواب
 (نفسه النظر عند قيمة صدق د)

(7) أداة الربط ٧ - ٢ صواب ، ب صواب ⇐ ٧٢ ب خطأ
 (8) أداة الربط ٧ - ٢ صواب ، د غير معينه ⇐ ٧٢ د غير معينه .
 (9) أداة الربط ٨ - المركبة ٧٢ ب صواب ، المركبة هـ خطأ
 ⇐ (٧٢ ب) ٨ هـ خطأ .

• ملاحظات

① تعرضنا في التمهيد السابق إلى حرف الفصل «أو»
 ولا مطلقا اختلصت الأماكن في التقارير المركبة الناتجة من
 استخدام هذا الحرف كأداة الربط (٧) أو كأداة الربط (٧)
 - وهذا الاختلاف راجع إلى اختلاف المناطق في بيانه معنى
 «أو» فقد قسم المناطق العرب هذا المعنى قسمين شريطين
 الأول : «أو» مانعة الجمع

وهي التي تمنع فقط أنه يكون طريقا معا صوابا
 مثل قولنا « هذا الشيء جيد أو نبات »
 فهذا القول صواب في جميع الحالات عدا أنه المراد به صوابا
 الثاني : «أو» مانعة الخلط :

وهي التي تمنع فقط أنه يكون طريقا معا خطأ .
 وهذا المعنى هو الذي استعملناه سابقا على أنه معنى (٧)
 ونسمى «أو» في هذه الحالة «أو - لشمالة» أو
 «أو - الاتحادية» أو «أو - الامتزاجية»
 كما يسمى الفصل في هذه الحالة «الفصل الضعيف» .
 الثالث : «أو» مانعة الجمع والخلط :

وهي التي تمنع توافع طريقها في قيمة المصدر .

مثل قولنا : " هذا العدد إما زوجيًا أو فرديًا " .
 نفى هذا القول بحد ذاته لا يمتليه أنه يكون الرئيسي معاً
 - أي لا يمتليه أنه يكون العدد زوجياً و فردياً في آن واحد .
 وهذا المعنى هو الذي استعملناه سابقاً على أنه أداة لربط (٧)
 ونعني "أو" في هذه الحالة "أو - الاستيعابية" أو
 "أو - الاختيارية" أو "أو - المنفردة"
 ونعني المفضل في هذه الحالة "المفضل الحقيقي" أو "المفضل القوي".
 • جداول الصيغة التالية توضح الفرق بين هذه التقسيمات الثلاث :

أو - مانعة الجمع			أو - مانعة الخلو			أو - مانعة الجمع والخلو		
٢	ب	٧٢	٢	ب	٧٢	٢	ب	٧٢
ص	ص	ع	ص	ص	ص	ص	ص	ع
ص	ع	ص	ص	ع	ص	ص	ع	ص
ع	ص	ص	ع	ص	ص	ع	ص	ص
ع	ع	ص	ع	ع	ع	ع	ع	ع

وعلى الرغم من هذا التصنيف المنطقي للرق "أو" ، إلا أنه اللغة
 العادية لا تنحصر إلى هذا التصنيف ، بل تستخدم الاتصال
 بمعناه الحقيقي عمالها (٧)

② الرابط المنطقي (٧) ليس أحياناً « عملية الجمع المنطقية »

كما يتردد للتقرير ٧٢ ب أحياناً بالرمز ٢+٧

③ لكن غير بيده "أو" بمعنى ٧ وبيده أو بمعنى ٧ عند

التعبير المنطقي للتقرير ٧٢ ب ، ٧٢ ب أو قرادتهما

تتغير على التالي : مثلاً

إذا كانه ٢ : محمد ذكي ، ب : محمد مجتهد فإنه :

٧٢ ب ستكتب لنظماً " محمد ذكي أو مجتهد "

٧٢ ب ستكتب لنظماً " إما أنه محمد ذكي أو مجتهد وليس كليهما "

أو ستكتب " وإما محمد ذكي أو مجتهد " .

[5:2:2] أداة الشرط "إذا... فإنه..." (Conditional)

سببه أنه جبرنا على التقرير الشرطي "إذا كان م فإنه ب"

بالصورة الرمزية $M \rightarrow B$

وقد أطلق على تسمية م "المقدمة" وأحياناً "المعطى"

وتسمية ب "النتيجة" أو "الاستنتاج".

- وتعتبر قيمة الصيغة للتقرير م \rightarrow ب لجنا القاعدة المنطقية التالية:

"التقرير م \rightarrow ب يكون صواباً في جميع الحالات عدا الحالة

التي يكون فيها المقدمة م صواب والنتيجة (ب) خطأ".

وهذا الجدول القاعدة يكون جدول الصيغة كالتالي:

م	ب	م \rightarrow ب
ص	ص	ص
ص	خ	خ
خ	ص	ص
خ	خ	ص

ويرى البعض أنه هذا الجدول ليس ببلد البداية مثل جدول الصيغة

١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٥ - ٦ - ٧ - ٨ - ٩ - ١٠ - ١١ - ١٢ - ١٣ - ١٤ - ١٥ - ١٦ - ١٧ - ١٨ - ١٩ - ٢٠ - ٢١ - ٢٢ - ٢٣ - ٢٤ - ٢٥ - ٢٦ - ٢٧ - ٢٨ - ٢٩ - ٣٠ - ٣١ - ٣٢ - ٣٣ - ٣٤ - ٣٥ - ٣٦ - ٣٧ - ٣٨ - ٣٩ - ٤٠ - ٤١ - ٤٢ - ٤٣ - ٤٤ - ٤٥ - ٤٦ - ٤٧ - ٤٨ - ٤٩ - ٥٠ - ٥١ - ٥٢ - ٥٣ - ٥٤ - ٥٥ - ٥٦ - ٥٧ - ٥٨ - ٥٩ - ٦٠ - ٦١ - ٦٢ - ٦٣ - ٦٤ - ٦٥ - ٦٦ - ٦٧ - ٦٨ - ٦٩ - ٧٠ - ٧١ - ٧٢ - ٧٣ - ٧٤ - ٧٥ - ٧٦ - ٧٧ - ٧٨ - ٧٩ - ٨٠ - ٨١ - ٨٢ - ٨٣ - ٨٤ - ٨٥ - ٨٦ - ٨٧ - ٨٨ - ٨٩ - ٩٠ - ٩١ - ٩٢ - ٩٣ - ٩٤ - ٩٥ - ٩٦ - ٩٧ - ٩٨ - ٩٩ - ١٠٠ - ١٠١ - ١٠٢ - ١٠٣ - ١٠٤ - ١٠٥ - ١٠٦ - ١٠٧ - ١٠٨ - ١٠٩ - ١١٠ - ١١١ - ١١٢ - ١١٣ - ١١٤ - ١١٥ - ١١٦ - ١١٧ - ١١٨ - ١١٩ - ١٢٠ - ١٢١ - ١٢٢ - ١٢٣ - ١٢٤ - ١٢٥ - ١٢٦ - ١٢٧ - ١٢٨ - ١٢٩ - ١٣٠ - ١٣١ - ١٣٢ - ١٣٣ - ١٣٤ - ١٣٥ - ١٣٦ - ١٣٧ - ١٣٨ - ١٣٩ - ١٤٠ - ١٤١ - ١٤٢ - ١٤٣ - ١٤٤ - ١٤٥ - ١٤٦ - ١٤٧ - ١٤٨ - ١٤٩ - ١٥٠ - ١٥١ - ١٥٢ - ١٥٣ - ١٥٤ - ١٥٥ - ١٥٦ - ١٥٧ - ١٥٨ - ١٥٩ - ١٦٠ - ١٦١ - ١٦٢ - ١٦٣ - ١٦٤ - ١٦٥ - ١٦٦ - ١٦٧ - ١٦٨ - ١٦٩ - ١٧٠ - ١٧١ - ١٧٢ - ١٧٣ - ١٧٤ - ١٧٥ - ١٧٦ - ١٧٧ - ١٧٨ - ١٧٩ - ١٨٠ - ١٨١ - ١٨٢ - ١٨٣ - ١٨٤ - ١٨٥ - ١٨٦ - ١٨٧ - ١٨٨ - ١٨٩ - ١٩٠ - ١٩١ - ١٩٢ - ١٩٣ - ١٩٤ - ١٩٥ - ١٩٦ - ١٩٧ - ١٩٨ - ١٩٩ - ٢٠٠ - ٢٠١ - ٢٠٢ - ٢٠٣ - ٢٠٤ - ٢٠٥ - ٢٠٦ - ٢٠٧ - ٢٠٨ - ٢٠٩ - ٢١٠ - ٢١١ - ٢١٢ - ٢١٣ - ٢١٤ - ٢١٥ - ٢١٦ - ٢١٧ - ٢١٨ - ٢١٩ - ٢٢٠ - ٢٢١ - ٢٢٢ - ٢٢٣ - ٢٢٤ - ٢٢٥ - ٢٢٦ - ٢٢٧ - ٢٢٨ - ٢٢٩ - ٢٣٠ - ٢٣١ - ٢٣٢ - ٢٣٣ - ٢٣٤ - ٢٣٥ - ٢٣٦ - ٢٣٧ - ٢٣٨ - ٢٣٩ - ٢٤٠ - ٢٤١ - ٢٤٢ - ٢٤٣ - ٢٤٤ - ٢٤٥ - ٢٤٦ - ٢٤٧ - ٢٤٨ - ٢٤٩ - ٢٥٠ - ٢٥١ - ٢٥٢ - ٢٥٣ - ٢٥٤ - ٢٥٥ - ٢٥٦ - ٢٥٧ - ٢٥٨ - ٢٥٩ - ٢٦٠ - ٢٦١ - ٢٦٢ - ٢٦٣ - ٢٦٤ - ٢٦٥ - ٢٦٦ - ٢٦٧ - ٢٦٨ - ٢٦٩ - ٢٧٠ - ٢٧١ - ٢٧٢ - ٢٧٣ - ٢٧٤ - ٢٧٥ - ٢٧٦ - ٢٧٧ - ٢٧٨ - ٢٧٩ - ٢٨٠ - ٢٨١ - ٢٨٢ - ٢٨٣ - ٢٨٤ - ٢٨٥ - ٢٨٦ - ٢٨٧ - ٢٨٨ - ٢٨٩ - ٢٩٠ - ٢٩١ - ٢٩٢ - ٢٩٣ - ٢٩٤ - ٢٩٥ - ٢٩٦ - ٢٩٧ - ٢٩٨ - ٢٩٩ - ٣٠٠ - ٣٠١ - ٣٠٢ - ٣٠٣ - ٣٠٤ - ٣٠٥ - ٣٠٦ - ٣٠٧ - ٣٠٨ - ٣٠٩ - ٣١٠ - ٣١١ - ٣١٢ - ٣١٣ - ٣١٤ - ٣١٥ - ٣١٦ - ٣١٧ - ٣١٨ - ٣١٩ - ٣٢٠ - ٣٢١ - ٣٢٢ - ٣٢٣ - ٣٢٤ - ٣٢٥ - ٣٢٦ - ٣٢٧ - ٣٢٨ - ٣٢٩ - ٣٣٠ - ٣٣١ - ٣٣٢ - ٣٣٣ - ٣٣٤ - ٣٣٥ - ٣٣٦ - ٣٣٧ - ٣٣٨ - ٣٣٩ - ٣٤٠ - ٣٤١ - ٣٤٢ - ٣٤٣ - ٣٤٤ - ٣٤٥ - ٣٤٦ - ٣٤٧ - ٣٤٨ - ٣٤٩ - ٣٥٠ - ٣٥١ - ٣٥٢ - ٣٥٣ - ٣٥٤ - ٣٥٥ - ٣٥٦ - ٣٥٧ - ٣٥٨ - ٣٥٩ - ٣٦٠ - ٣٦١ - ٣٦٢ - ٣٦٣ - ٣٦٤ - ٣٦٥ - ٣٦٦ - ٣٦٧ - ٣٦٨ - ٣٦٩ - ٣٧٠ - ٣٧١ - ٣٧٢ - ٣٧٣ - ٣٧٤ - ٣٧٥ - ٣٧٦ - ٣٧٧ - ٣٧٨ - ٣٧٩ - ٣٨٠ - ٣٨١ - ٣٨٢ - ٣٨٣ - ٣٨٤ - ٣٨٥ - ٣٨٦ - ٣٨٧ - ٣٨٨ - ٣٨٩ - ٣٩٠ - ٣٩١ - ٣٩٢ - ٣٩٣ - ٣٩٤ - ٣٩٥ - ٣٩٦ - ٣٩٧ - ٣٩٨ - ٣٩٩ - ٤٠٠ - ٤٠١ - ٤٠٢ - ٤٠٣ - ٤٠٤ - ٤٠٥ - ٤٠٦ - ٤٠٧ - ٤٠٨ - ٤٠٩ - ٤١٠ - ٤١١ - ٤١٢ - ٤١٣ - ٤١٤ - ٤١٥ - ٤١٦ - ٤١٧ - ٤١٨ - ٤١٩ - ٤٢٠ - ٤٢١ - ٤٢٢ - ٤٢٣ - ٤٢٤ - ٤٢٥ - ٤٢٦ - ٤٢٧ - ٤٢٨ - ٤٢٩ - ٤٣٠ - ٤٣١ - ٤٣٢ - ٤٣٣ - ٤٣٤ - ٤٣٥ - ٤٣٦ - ٤٣٧ - ٤٣٨ - ٤٣٩ - ٤٤٠ - ٤٤١ - ٤٤٢ - ٤٤٣ - ٤٤٤ - ٤٤٥ - ٤٤٦ - ٤٤٧ - ٤٤٨ - ٤٤٩ - ٤٥٠ - ٤٥١ - ٤٥٢ - ٤٥٣ - ٤٥٤ - ٤٥٥ - ٤٥٦ - ٤٥٧ - ٤٥٨ - ٤٥٩ - ٤٦٠ - ٤٦١ - ٤٦٢ - ٤٦٣ - ٤٦٤ - ٤٦٥ - ٤٦٦ - ٤٦٧ - ٤٦٨ - ٤٦٩ - ٤٧٠ - ٤٧١ - ٤٧٢ - ٤٧٣ - ٤٧٤ - ٤٧٥ - ٤٧٦ - ٤٧٧ - ٤٧٨ - ٤٧٩ - ٤٨٠ - ٤٨١ - ٤٨٢ - ٤٨٣ - ٤٨٤ - ٤٨٥ - ٤٨٦ - ٤٨٧ - ٤٨٨ - ٤٨٩ - ٤٩٠ - ٤٩١ - ٤٩٢ - ٤٩٣ - ٤٩٤ - ٤٩٥ - ٤٩٦ - ٤٩٧ - ٤٩٨ - ٤٩٩ - ٥٠٠ - ٥٠١ - ٥٠٢ - ٥٠٣ - ٥٠٤ - ٥٠٥ - ٥٠٦ - ٥٠٧ - ٥٠٨ - ٥٠٩ - ٥١٠ - ٥١١ - ٥١٢ - ٥١٣ - ٥١٤ - ٥١٥ - ٥١٦ - ٥١٧ - ٥١٨ - ٥١٩ - ٥٢٠ - ٥٢١ - ٥٢٢ - ٥٢٣ - ٥٢٤ - ٥٢٥ - ٥٢٦ - ٥٢٧ - ٥٢٨ - ٥٢٩ - ٥٣٠ - ٥٣١ - ٥٣٢ - ٥٣٣ - ٥٣٤ - ٥٣٥ - ٥٣٦ - ٥٣٧ - ٥٣٨ - ٥٣٩ - ٥٤٠ - ٥٤١ - ٥٤٢ - ٥٤٣ - ٥٤٤ - ٥٤٥ - ٥٤٦ - ٥٤٧ - ٥٤٨ - ٥٤٩ - ٥٥٠ - ٥٥١ - ٥٥٢ - ٥٥٣ - ٥٥٤ - ٥٥٥ - ٥٥٦ - ٥٥٧ - ٥٥٨ - ٥٥٩ - ٥٦٠ - ٥٦١ - ٥٦٢ - ٥٦٣ - ٥٦٤ - ٥٦٥ - ٥٦٦ - ٥٦٧ - ٥٦٨ - ٥٦٩ - ٥٧٠ - ٥٧١ - ٥٧٢ - ٥٧٣ - ٥٧٤ - ٥٧٥ - ٥٧٦ - ٥٧٧ - ٥٧٨ - ٥٧٩ - ٥٨٠ - ٥٨١ - ٥٨٢ - ٥٨٣ - ٥٨٤ - ٥٨٥ - ٥٨٦ - ٥٨٧ - ٥٨٨ - ٥٨٩ - ٥٩٠ - ٥٩١ - ٥٩٢ - ٥٩٣ - ٥٩٤ - ٥٩٥ - ٥٩٦ - ٥٩٧ - ٥٩٨ - ٥٩٩ - ٦٠٠ - ٦٠١ - ٦٠٢ - ٦٠٣ - ٦٠٤ - ٦٠٥ - ٦٠٦ - ٦٠٧ - ٦٠٨ - ٦٠٩ - ٦١٠ - ٦١١ - ٦١٢ - ٦١٣ - ٦١٤ - ٦١٥ - ٦١٦ - ٦١٧ - ٦١٨ - ٦١٩ - ٦٢٠ - ٦٢١ - ٦٢٢ - ٦٢٣ - ٦٢٤ - ٦٢٥ - ٦٢٦ - ٦٢٧ - ٦٢٨ - ٦٢٩ - ٦٣٠ - ٦٣١ - ٦٣٢ - ٦٣٣ - ٦٣٤ - ٦٣٥ - ٦٣٦ - ٦٣٧ - ٦٣٨ - ٦٣٩ - ٦٤٠ - ٦٤١ - ٦٤٢ - ٦٤٣ - ٦٤٤ - ٦٤٥ - ٦٤٦ - ٦٤٧ - ٦٤٨ - ٦٤٩ - ٦٥٠ - ٦٥١ - ٦٥٢ - ٦٥٣ - ٦٥٤ - ٦٥٥ - ٦٥٦ - ٦٥٧ - ٦٥٨ - ٦٥٩ - ٦٦٠ - ٦٦١ - ٦٦٢ - ٦٦٣ - ٦٦٤ - ٦٦٥ - ٦٦٦ - ٦٦٧ - ٦٦٨ - ٦٦٩ - ٦٧٠ - ٦٧١ - ٦٧٢ - ٦٧٣ - ٦٧٤ - ٦٧٥ - ٦٧٦ - ٦٧٧ - ٦٧٨ - ٦٧٩ - ٦٨٠ - ٦٨١ - ٦٨٢ - ٦٨٣ - ٦٨٤ - ٦٨٥ - ٦٨٦ - ٦٨٧ - ٦٨٨ - ٦٨٩ - ٦٩٠ - ٦٩١ - ٦٩٢ - ٦٩٣ - ٦٩٤ - ٦٩٥ - ٦٩٦ - ٦٩٧ - ٦٩٨ - ٦٩٩ - ٧٠٠ - ٧٠١ - ٧٠٢ - ٧٠٣ - ٧٠٤ - ٧٠٥ - ٧٠٦ - ٧٠٧ - ٧٠٨ - ٧٠٩ - ٧١٠ - ٧١١ - ٧١٢ - ٧١٣ - ٧١٤ - ٧١٥ - ٧١٦ - ٧١٧ - ٧١٨ - ٧١٩ - ٧٢٠ - ٧٢١ - ٧٢٢ - ٧٢٣ - ٧٢٤ - ٧٢٥ - ٧٢٦ - ٧٢٧ - ٧٢٨ - ٧٢٩ - ٧٣٠ - ٧٣١ - ٧٣٢ - ٧٣٣ - ٧٣٤ - ٧٣٥ - ٧٣٦ - ٧٣٧ - ٧٣٨ - ٧٣٩ - ٧٤٠ - ٧٤١ - ٧٤٢ - ٧٤٣ - ٧٤٤ - ٧٤٥ - ٧٤٦ - ٧٤٧ - ٧٤٨ - ٧٤٩ - ٧٥٠ - ٧٥١ - ٧٥٢ - ٧٥٣ - ٧٥٤ - ٧٥٥ - ٧٥٦ - ٧٥٧ - ٧٥٨ - ٧٥٩ - ٧٦٠ - ٧٦١ - ٧٦٢ - ٧٦٣ - ٧٦٤ - ٧٦٥ - ٧٦٦ - ٧٦٧ - ٧٦٨ - ٧٦٩ - ٧٧٠ - ٧٧١ - ٧٧٢ - ٧٧٣ - ٧٧٤ - ٧٧٥ - ٧٧٦ - ٧٧٧ - ٧٧٨ - ٧٧٩ - ٧٨٠ - ٧٨١ - ٧٨٢ - ٧٨٣ - ٧٨٤ - ٧٨٥ - ٧٨٦ - ٧٨٧ - ٧٨٨ - ٧٨٩ - ٧٩٠ - ٧٩١ - ٧٩٢ - ٧٩٣ - ٧٩٤ - ٧٩٥ - ٧٩٦ - ٧٩٧ - ٧٩٨ - ٧٩٩ - ٨٠٠ - ٨٠١ - ٨٠٢ - ٨٠٣ - ٨٠٤ - ٨٠٥ - ٨٠٦ - ٨٠٧ - ٨٠٨ - ٨٠٩ - ٨١٠ - ٨١١ - ٨١٢ - ٨١٣ - ٨١٤ - ٨١٥ - ٨١٦ - ٨١٧ - ٨١٨ - ٨١٩ - ٨٢٠ - ٨٢١ - ٨٢٢ - ٨٢٣ - ٨٢٤ - ٨٢٥ - ٨٢٦ - ٨٢٧ - ٨٢٨ - ٨٢٩ - ٨٣٠ - ٨٣١ - ٨٣٢ - ٨٣٣ - ٨٣٤ - ٨٣٥ - ٨٣٦ - ٨٣٧ - ٨٣٨ - ٨٣٩ - ٨٤٠ - ٨٤١ - ٨٤٢ - ٨٤٣ - ٨٤٤ - ٨٤٥ - ٨٤٦ - ٨٤٧ - ٨٤٨ - ٨٤٩ - ٨٥٠ - ٨٥١ - ٨٥٢ - ٨٥٣ - ٨٥٤ - ٨٥٥ - ٨٥٦ - ٨٥٧ - ٨٥٨ - ٨٥٩ - ٨٦٠ - ٨٦١ - ٨٦٢ - ٨٦٣ - ٨٦٤ - ٨٦٥ - ٨٦٦ - ٨٦٧ - ٨٦٨ - ٨٦٩ - ٨٧٠ - ٨٧١ - ٨٧٢ - ٨٧٣ - ٨٧٤ - ٨٧٥ - ٨٧٦ - ٨٧٧ - ٨٧٨ - ٨٧٩ - ٨٨٠ - ٨٨١ - ٨٨٢ - ٨٨٣ - ٨٨٤ - ٨٨٥ - ٨٨٦ - ٨٨٧ - ٨٨٨ - ٨٨٩ - ٨٩٠ - ٨٩١ - ٨٩٢ - ٨٩٣ - ٨٩٤ - ٨٩٥ - ٨٩٦ - ٨٩٧ - ٨٩٨ - ٨٩٩ - ٩٠٠ - ٩٠١ - ٩٠٢ - ٩٠٣ - ٩٠٤ - ٩٠٥ - ٩٠٦ - ٩٠٧ - ٩٠٨ - ٩٠٩ - ٩١٠ - ٩١١ - ٩١٢ - ٩١٣ - ٩١٤ - ٩١٥ - ٩١٦ - ٩١٧ - ٩١٨ - ٩١٩ - ٩٢٠ - ٩٢١ - ٩٢٢ - ٩٢٣ - ٩٢٤ - ٩٢٥ - ٩٢٦ - ٩٢٧ - ٩٢٨ - ٩٢٩ - ٩٣٠ - ٩٣١ - ٩٣٢ - ٩٣٣ - ٩٣٤ - ٩٣٥ - ٩٣٦ - ٩٣٧ - ٩٣٨ - ٩٣٩ - ٩٤٠ - ٩٤١ - ٩٤٢ - ٩٤٣ - ٩٤٤ - ٩٤٥ - ٩٤٦ - ٩٤٧ - ٩٤٨ - ٩٤٩ - ٩٥٠ - ٩٥١ - ٩٥٢ - ٩٥٣ - ٩٥٤ - ٩٥٥ - ٩٥٦ - ٩٥٧ - ٩٥٨ - ٩٥٩ - ٩٦٠ - ٩٦١ - ٩٦٢ - ٩٦٣ - ٩٦٤ - ٩٦٥ - ٩٦٦ - ٩٦٧ - ٩٦٨ - ٩٦٩ - ٩٧٠ - ٩٧١ - ٩٧٢ - ٩٧٣ - ٩٧٤ - ٩٧٥ - ٩٧٦ - ٩٧٧ - ٩٧٨ - ٩٧٩ - ٩٨٠ - ٩٨١ - ٩٨٢ - ٩٨٣ - ٩٨٤ - ٩٨٥ - ٩٨٦ - ٩٨٧ - ٩٨٨ - ٩٨٩ - ٩٩٠ - ٩٩١ - ٩٩٢ - ٩٩٣ - ٩٩٤ - ٩٩٥ - ٩٩٦ - ٩٩٧ - ٩٩٨ - ٩٩٩ - ١٠٠٠

بسيط وسهلة - ولنا هذا مثال قد يساعد على قبول هذا الجدول:

- لنفترض أنه أياً قال لأبيه التقرير التالي:

"إذا نجحت هذا العام فساأشترى لك حذاء كبيراً"

فمتى يكون الأب صادقاً في قوله؟ ومتى يكونه كاذباً؟

لندرس الحالات الخمسة لهذا القول:

(١) الأب نجح والأب اشترى له الحذاء الكبير

∴ الأب صادق في قوله - ويكون التقرير صادقاً.

(٢) الأب نجح والأب لم يشترى لأبيه الحذاء الكبير

∴ الأب كاذب في قوله - ويكون التقرير خطأ.

(٣) الأب لم ينجح والأب اشترى له الحذاء الكبير

(4) الابن لم يبيع والاب لم يشتري له الكمبيوتر.

في الحالة (3) ، (4)

حيث أنه الاب لم يذكر في قوله لابنه « إذا لم تبني عليه أشتري لك جهاز الكمبيوتر »

لذا فإنه الاب يعتبر صادقا في ما يقوله الابن ، وبالتالي فإنه هدية التقريرية صائبة.

ومن هذا المثال نجد أن التقريرية تسبب صائبا في جميع الحالات ما عدا الحالة التي فيها المقدمة صواب والنتيجة خطأ

مثال : حدد قيمة الصيغة لكل مما يأتي :

(1) $(5 > 3) \leftarrow (8 > 5)$

(2) $(3 > 5) \leftarrow (2 > 5)$

(3) $9 = 2^3 \leftarrow 9 = 3^2$

(4) إذا لم تستع فما منع ما شئت .

الحل :

ب : $(8 > 5)$

(1) نتيجة : $(5 > 3)$ ، ب : صواب

ب : $(8 > 5)$ ، ب : صواب

ب : صواب ، ب : صواب

س : $(2 > 5)$

(2) نتيجة : $(3 > 5)$ ، س : خطأ

س : $(2 > 5)$ ، س : خطأ

ب : خطأ

و : $9 = 2^3$

(3) نتيجة : $9 = 3^2$ ، و : صواب

و : $9 = 2^3$ ، و : خطأ

ب : صواب ، و : خطأ

(4) نتيجة : « الشئ لم يستع » ، ك : « الشئ يمنع ما يشاء »

و : $9 = 3^2$ ، و : صواب

و : خطأ

لاحظ أنه في الفقرتين (2) ، (4) لم تتغير قيمة الصيغة

لنتيجة التقريرية نظرا لكونه المقدمة في كل منهما خطأ .

① في التقرير الشرطي لا نطرح أمينا أداة الربط « إذا ... فإنه »

وذلك من أجل للاستعمال اللغوي السليم ، وإنما تفهم من سياقها أنها

ملاحظات .

فمنه إذا أخذنا التقرير الشرطي :

« إذا كانت قياسات زوايا المثلث متساوية فإنه أطوال أضراسه متساوية » - هذا التقرير عليه لتماثيه بضرورة لغوية أدوية كالتالي : « إذا تساوت قياسات زوايا المثلث ، تساوت أطوال أضراسه » أ : « تتساوى أطوال أضراس المثلث ، إذا تساوت قياسات زواياه »

② في التقرير الشرطي : ليس بالضرورة أنه يكونه المقدم (P)

أو التالي (B) تقريراً بالمعنى المشرط . فمنه

• في التقرير الشرطي « إذا تساوت قياسات زوايا المثلث تساوت أطوال أضراسه » شرطاً أنه يكونه :

المقدمة : « تساوت قياسات زوايا المثلث »

والتالي : « تساوت أطوال أضراسه » لا يمكن قولاً كاملاً

- أي لا يمكن تقريراً - وإنما كل منها مرتبط بالآخر ولا

يقوم إلا بقيام الآخر ، ومع ذلك ، إذا فرضنا كل منهما

حالة الشرط لا يمكن ، إلى تقرير

• وفي التقرير الشرطي : « إذا أسرعت قليلاً طقت الفطار »

شرطاً أنه المقدمة « أسرعت قليلاً » لا يمكن تقريراً حتى

بعد فرضها به حالة الشرط .

③ هناك تعبيرات كثيرة تحمل نفس المعنى للتقرير الشرطي حسب مثل :

• إذا كان P فإنه B

• B إذا P

• P تنبئ B

• B نتيجة لـ P

• B عندها P

• B متى كانه P

• P شرط كافٍ لكي يكونه B

• B شرط ضروري لـ P

• P تستلزم B

• B شرط لازم لـ P

• P فقط إذا كانه B . وتعني :

• B ، إذا كانه P

إذا كانه P فإنه B .

مثال: هربحه (التقارب التالية بالصيغة $\phi = 2$):

(1) المصلحة لا يتوى على أقطار فقط، إذا كانه قتل.

(2) الشرط الضروري $\phi = 2$ هو $\phi = 2$ هو $\phi = 2$

(3) $\phi = 2$ ، إذا كانت $\phi = 2$

(4) الأعداد النسبية حقيقية.

(5) تقارب الألوال أصغر شكل رباعي شرط كافى لكن يتوى معيناً.

(6) $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$

(7) الاستطيل ليس مصلح تنظيم

(8) الدالة دقتلة عند نقطة ما شرط لازم لكن يتوى قابلية الاشتقائه

عند نفس النقطة.

الكل:

(1) لتليه ϕ : المصلحة لا يتوى على أقطار $\phi = 2$: المصلحة مثلاً

و يتوى التقرير إلى الصيغة $\phi = 2$: يعج :

« إذا كانه المصلحة ليس له أقطار فإنه قتل »

(2) $\phi = 2$: $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$

: التقرير بالصيغة $\phi = 2$: يعج : $\phi = 2$: $\phi = 2$

« إذا كانه المصلحة $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ »

(3) $\phi = 2$: $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$

و يتوى التقرير إلى الصيغة $\phi = 2$: يعج :

($\phi = 2$) \leftarrow ($\phi = 2$)

(4) $\phi = 2$: $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$

$\phi = 2$: $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$

$\phi = 2$: $\phi = 2$ ، $\phi = 2$ ، $\phi = 2$

(5) $\phi = 2$: الألوال أصغر الشكل الرباعي متساوية

$\phi = 2$: الشكل الرباعي معين.

و يتوى التقرير إلى الصيغة $\phi = 2$: يعج :

« إذا كانت الألوال أصغر الشكل الرباعي متساوية فإنه معين »

(6) $4 : (س = 2) \quad 6 : (س = 4)$

وبصيا عتلا على الصورة $4 \leftarrow 6$ تصح :
 " إذا كانت $س = 2$ فإنه $س = 4$ "

(7) $4 : الشك متل$ ، $6 : الشك ليس فتلع قتل$

وتحول التقرير إلى الصيغة $4 \leftarrow 6$ يصح :
 " إذا كانت الشك متل فإنه ليس فتلع قتل "

(8) $4 : الدالة د قابلة لاشتقاه عند نقطة ما$

$6 : الدالة د متصلة عند نفس النقطة$

وتحول التقرير إلى الصيغة $4 \leftarrow 6$ يصح :
 " إذا كانت الدالة د قابلة لاشتقاه عند نقطة ما فإنها
 تتلوه متصلة عند نفس النقطة "

مثال : أنشئ جدول الصروف للتقرير :
 (i) $4 \leftarrow 6$ $7 \leftarrow 6$ $8 \leftarrow 6$
 (ii) $4 \leftarrow 6$ $8 \leftarrow 6$ $9 \leftarrow 6$ ماذا ترمي ؟

4	6	$4 \leftarrow 6$	$6 \leftarrow 4$	$7 \leftarrow 6$	$8 \leftarrow 6$
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ع	ص	ح	ص	ع
ع	ص	ع	ص	ص	ع
ع	ع	ص	ص	ص	ص

الحل

به الجدول ترمي أنه :

(i) التقرير $4 \leftarrow 6$ $7 \leftarrow 6$ $8 \leftarrow 6$ له قيمة صروف تايته وهو (ص)
 ∴ هذا التقرير صحيح منطقياً .

(ii) التقرير $4 \leftarrow 6$ $8 \leftarrow 6$ $9 \leftarrow 6$ ليس له قيمة صروف تايته

فهو إما ص أو ع

∴ هذا التقرير غير صحيح منطقياً .

[2:2:6] الشرط الثاني "... إذا ونقط، إذا..." (Biconditional)

يسمى التقرير $P \leftrightarrow Q$ «التقرير الشرطي المتبادل» أو «التقرير المتبادل»
 ويعني بذلك التقرير $P \leftrightarrow Q$ وتكتبه $P \leftrightarrow Q$ وتكتبه.

- وتعتبر التقرير $P \leftrightarrow Q$ إذا ونقط، إذا P متطويعه التقريرية:

« P إذا Q » و « P فقط، إذا Q » أي:
 « إذا كان P فإنه Q » و « إذا كان Q فإنه P » أي:
 ($P \leftrightarrow Q$) \wedge ($Q \leftrightarrow P$) أي أنه:

$P \leftrightarrow Q$ تكافئ ($P \leftrightarrow Q$) \wedge ($Q \leftrightarrow P$)

فمثلاً: التقرير «الثلث يكون متساوي الأضلاع، إذا ونقط، إذا تساوى
 قياسات زواياه» متطويعه التقريرية:

« إذا كانت قياسات زوايا المثلث متساوي فإنه يكون متساوي الأضلاع »

و « إذا كان المثلث متساوي الأضلاع فإنه قياسات زواياه تكون متساوية »

- واستناداً لمثال السابقة يكون جدول الصيغة للتقرير $P \leftrightarrow Q$ كالتالي:

$P \leftrightarrow Q$	P	Q
ص	ص	ص
ص	ع	ع
ع	ص	ع
ع	ع	ص

يعني ذلك أنه: التقرير الشرطي المتبادل $P \leftrightarrow Q$ يكون متطويعاً إذا توافقت

قمتي الصيغة P و Q أي إذا كان P و Q متطويعين معاً أو
 متطويعين معاً.

مثال: حدد قيمة الصيغة لكل n :

(1) $(1 > 2) \leftrightarrow (3 > 2)$

(2) $(3 < 5) \longleftrightarrow 2 \times 3 < 2 \times 5$

(3) 3^2 عدد زوجي إذا ارتبط إذا كان 3 عدد فردي.

(4) سأذهب إلى المصيف إذا ارتبط إذا اشتد الحر.

الحل:

(1) التقرير صواب لأنه كل سه مركبته خطأ

(2) التقرير صواب لأنه كل سه مركبته صواب

(3) التقرير خطأ لاقتطاف مركبته في قيمة الصواب.

(4) التقرير غير صحيح حيث:

• يكونه صواباً في الحالة الثانية

- اشتد الحر وذهبت إلى المصيف

- لم يشتد الحر ولم أذهب إلى المصيف

• ويكونه خطأ في الحالة الثانية

- اشتد الحر ولم أذهب إلى المصيف

- لم يشتد الحر وذهبت إلى المصيف

الخطأ

• الشرط الثنائي "إذا ارتبط إذا..."

"... only and if" واختصاراً "فقط" يستعمل بصيغة

عنه المنطوق عندما تكون العبارة - أي عبارة - صحيحة
وتمتص بصيغة أيضاً.

• الشرط الثنائي مسموح به في الرياضيات بأحدى

الصيغ التالية والتي لها نفس المعنى.

— م شرط ضروري وكافي لكي يكون م.

— م شرط كافٍ وضروري لكي يكون م.

— م شرط ضروري وكافي لكي يكون م.

— م يكافئ م.

— إذا كان م فإنه م والعكس.

— إذا كان م فإنه م والعكس.

مثال : مول التقارير الثمانية إلى الصيغة الرمزية أ ب :

(1) $س = 4$ ، إذا وفتق إذا كانه $س + 2 = 6$

(2) $س = 3$ كاملة 2 شرط لازم وكافي $س \neq 2$.

(3) إذا تساوى لمول ضليعه في ثلث يكونه متساوى الساقية ، والمثلث .

الحل :

(1) $(س = 4) \longleftrightarrow (س + 2 = 6)$

(2) $(س \neq 2) \longleftrightarrow (س = 3 \text{ كاملة } 2)$

(3) $(\text{المثلث متساوي الساقية}) \longleftrightarrow (\text{تساوى لمول ضليعه فيه})$.

مثال : إذا كانه 2 : " مضلع أضوال أضربه متساوية " .

ب : " مضلع قياسات زواياه متساوية " .

ج : " مضلع منتظم " .

أول : عبر عنه بالتقرير (ب/أ) \longleftrightarrow هـ لفظيا .

ثانيا : كونه جدول الصوره بالتقرير (ب/أ) \longleftrightarrow هـ

الحل :

(1) التعبير المنفي هو :

ب : كونه المضلع منتظما إذا وفتق ، إذا تساوت أضوال أضربه هـ
و تساوت قياسات زواياه .

(2)

أ	ب	ج	ب/أ	ب/أ (ب/أ) \longleftrightarrow هـ
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ص	ع	ص	ع
ص	ع	ص	ع	ع
ص	ع	ع	ع	ص
ع	ص	ص	ع	ع
ع	ص	ع	ع	ص
ع	ع	ص	ع	ع
ع	ع	ع	ع	ص

وتباً لجدول المصروف لهذا التقرير نجد أنه،
 - التقرير هو عبارة عن أربع حالات، وهذه الحالات تمثل بالمصروف
 1، 4، 6، 8 في الجدول. وبالنظر إلى الحالات الثلاث
 الأخيرة من الجدول والمثلة بالمصروف 4، 6، 8 نجد أنها لا تتفق مع
 التعريف الرياضي لمفهوم المتكافؤ. وهذا التناقض بينه المنطوق
 والرياضيات راجع إلى عدم التمييز المسبوق لقيمة للمصروف كص
 8، 6، 4. ومع ذلك فإنه هذه الحالات تعتبر صحيحة من وجهة
 نظر المنطق.

- وتتميز هياكل المثال السابق في صورة تتفق مع المفاهيم الرياضية
 إذا كانه: 4: "مضلع ألهوال أمتوئة متساوية" هو عبارة
 6: "مضلع متساويات زوايا متساوية" هو عبارة
 8: "مضلع منتظم".

فإنه عدد الكائنات (مصفوف) جدول المصروف للتقرير

$$2 \leftarrow (4) = 2 \times 1 \times 1 = 2$$

وتكون جدول المصروف لهذا التقرير كالتالي:

4	6	8	4 (4)	2 ←
ص	ص	ص	ص	
ص	ص	ع	ص	ع

من الجدول نلاحظ أنه قيمة للمصروف للتقرير (4) ← 2
 تتفق مع التعريف الرياضي لمفهوم المتكافؤ.

[2:3] أنواع التقارير المركبة

- التقرير المركب الذي يكون مداه حواباً دائماً إما كانت يتم صدقه مركباته يسمى "صائبٌ منطقياً" *Logically True*
- ويسمى مثل هذه الحالة "تفصيل حاصل - أو توتولوجيا" *Tautology*
- التقرير المركب الذي يكون مداه خطأ دائماً مهما كانت يتم صدقه مركباته يسمى "خاطئٌ منطقياً" *Logically False*
- ويسمى مثل هذه الحالة "تناقض - أو تعارض" *Contradiction*
- أما إذا كان مدى التقرير المركب بعضه حواباً والبعض الآخر خطأً فيسمى "غير معين منطقياً" *Logically Indeterminate*

مثال: يسمى نوع كل من التقارير التالية من حيث كونه صائباً منطقياً أم خاطئاً منطقياً أم غير معين منطقياً.

$$[2] \quad p \sim \sim p \quad [3] \quad (p \wedge p) \leftarrow p$$

$$[4] \quad (p \wedge p) \vee p \quad [5] \quad [p \wedge (p \leftarrow p)] \leftarrow p$$

$p \sim \sim p$	$p \sim$	p
ص	ع	ص
ع	ص	ع

الحل: [2] من الجدول المقابل

∴ مدى التقرير $p \sim \sim p$ خطأ دائماً
∴ التقرير خاطئٌ منطقياً (تعارضه)

[4]

$(p \wedge p) \vee p$	$p \wedge p$	p	p
ص	ص	ص	ص
ص	ع	ع	ص
ع	ع	ص	ع
ع	ع	ع	ع

∴ مدى التقرير $(p \wedge p) \vee p$

هو {ص، ع}

∴ التقرير غير معين منطقياً.

[5]

$(p \wedge p) \leftarrow p$	$p \wedge p$	p	p
ص	ص	ص	ص
ص	ع	ع	ص
ص	ع	ص	ع
ص	ع	ع	ع

∴ مدى التقرير $(p \wedge p) \leftarrow p$

هو دائماً

∴ التقرير صائبٌ منطقياً

[5] به جدول

م	ب	أ ← ب	أ ← ب (ب ← أ)	التقرير
ص	ص	ص	ص	ص
ص	خ	ع	ع	ص
ع	ص	ص	ع	ص
ع	ع	ص	ع	ص

- مري التقرير صواب دائماً
 ∴ التقرير [أ ← ب (ب ← أ)] ← ب
 صائب قطعياً (توتولو ص).

مثال: إذا كانت يتم الصدور للتقارير وه، له، م، ص:

صواب، خطأ، خطأ على الترتيب.

فأثبت أنه التقرير وه (أ ← م) صائب قطعياً.

(مطلوب)

الحل: له، خطأ، م، خطأ

(قاعدة →)

∴ (أ ← م) صواب

و، وه صواب، له ← م صواب

(قاعدة ٨)

∴ وه (أ ← م) صواب

∴ وه (أ ← م) صائب قطعياً (يقبل حاصل).

- تجميع الـ ١٢ ثبات عند طريقه جدول الصدور كالتالي:

وه	له	م	أ ← م	التقرير
ص	ع	ع	ص	ص

به مري التقرير وه (أ ← م) = {ص}

∴ التقرير صائب قطعياً (يقبل حاصل).

تمارين [1:2]

1. عدد مركب كل من التقارير التالية وأداة الربط المستعملة :
 - (i) الجو بارد والسماء تمطر .
 - (ii) الجو بارد أو السماء تمطر .
 - (iii) إما أنه الجو بارد أو السماء تمطر .
 - (iv) إما أنه الجو بارد أو السماء تمطر وليس كليهما .
 - (v) إذا كانت القاهرة عاصمة مصر ، فإنه العنبر صاير صبح .
 - (vi) ليس صحيحا أنه إذا فاز الزمالة سيحصل على الروى .
 - (vii) تسطع الشمس إذا انقصف الزار .
 - (viii) المثلح الرباعي يكونه مربعا إذا وثقلا ، إذا كانه $8 = 2 \times 5$.
2. في الترميز السابق إذا كانه "هـ" رمز لمركبة الأولى في كل تقرير
 "لـ" رمز لمركبة الثانية ، فغيره كل من الألفاظ التالية رمزية .
3. إذا كانه التقرير : "لونه اللبنة أبيضه"
 والتقرير هـ : "لونه الفسلسل أسمر"
 فغير لفظيا عنه التقارير التي دلالاتها العور الرمزية التالية :

(i) $h \wedge s$	(ii) $s \wedge h$
(iii) $s \vee h$	(iv) $(s \vee h) \sim$
(v) $s \vee \sim h$	(vi) $\sim s \vee h$
(vii) $s \rightarrow h$	(viii) $h \rightarrow s$
(ix) $(s \rightarrow h) \sim$	(x) $(h \rightarrow s) \sim$
4. عدد قيمة العرف لكل من التقارير التالية :
 - (i) $(2 > 3)$ و $(2 \neq 3 + 2)$
 - (ii) $(2 > 3)$ و $(5 = 3 \times 2)$
 - (iii) لكل عدد حقيقي s ، $\sqrt{s^2} = |s|$ و $|s| > 0$
 - (iv) عدد زوجي أو أولى
 - (v) ط عدد صحيح أو ليس
 - (vi) ليس صحيحا أنه العنبر عدد زوجي

(vii) الصغر غير سالب وغير موجب .

(viii) الصغر غير سالب أو غير موجب

$$(ix) (4 > 3) \leftarrow 4 \geq 3$$

$$(x) (4 \geq 3) \leftarrow 4 > 3$$

$$(xi) 2 \leq 4 - 0 = 4 \leftarrow 4 = 0$$

$$(xii) 0 < 2 \leftrightarrow 0 > 2$$

$$(xiii) (5 + 1 = 7) \leftrightarrow (5 = 1 - 7)$$

(xiv) الدالة د متصلة \leftrightarrow الدالة د قابلة للاشتقاق .

5 . عبر عن التفاضل التالي باستنداً أداة الشرط \leftarrow

$$(i) 4 = 3 + 1 \text{ شرط لازم لكي يكون } 5 = 4 + 1$$

(ii) ليس للعدد الطبيعي نه عوامل أولية فعلية عندما يكون أولياً

(iii) الكعب متوازي مستطيلات

(iv) من عدد نسبي تستلزم أنه يكون من على الصورة :

$$\frac{p}{q} \text{ حيث } p, q \text{ عدداً صحيحاً } q \neq 0$$

$$(v) p^2 - 4 \leq 0 \text{ شرط كافي لكي يكون للمعادلة}$$

$$px^2 + bx + c = 0 \text{ جذراً حقيقياً .}$$

(vi) د دالة متصلة عند $s = 2$ عندما تكون قابلة للاشتقاق

$$\text{عند } s = 2 .$$

(vii) ينتصر العرب إذا توقروا .

(viii) الشرط الضروري لكي يكون $as = 0$ هو $s = 0$

$$(ix) s \neq p \text{ لا ب إذا كانه } (s \neq p, s \neq 0)$$

(x) يتطابق المثلثان عندما تتساوى أطوال الضلع المتساوية بينهما .

6 . عبر عن التفاضل التالي بالصيغة \leftarrow :

(i) نه عدد زوجي شرط ضروري وكافي لكي يكون $n + 1$ فردي

(ii) إذا كانه المستقيم l له غير متوازيين فإنه :

$$l \parallel l' \text{ و } l \not\parallel l''$$

$$(iii) 0 = p - b \text{ , إذا ونقط إذا كانه } (0 = p \text{ أو } 0 = b)$$

$$(iv) s^2 - 2 = 0 \text{ تكافئ } (s = 2 \text{ أو } s = -2)$$

(٧) الشرط الكافي والضروري تلى تلوته:

$$\text{نسبها } (1 + p_1 + \dots + p_n) = \frac{1}{r-1} \text{ هو } |r| > 1$$

7. عبر عن التقارير التالية باستحداث الرموز $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

(أ) إذا س عدد صحيحاً فإنه س عدد زوجي أو عدد فردي وليس كليهما.

(أ) نقص الأسعار شرط لازم لزيادة الاستهلاك.

(ب) زيادة الإنتاج شرط كافي لنقص الأسعار.

(ج) نقص الأسعار وزيادة الاستهلاك ليعتزم زيادة الإنتاج

(د) ليس صحيحاً أنه: $س^2 = 4$ فقط، إذا كانت $س = 2$

(هـ) المقلع يكونه مستطيلاً إذا و فقط إذا كانه على شكل متوازي أضلاع قطراه متساويان في الطول.

(و) $س \neq 0$ أو $س \neq 1$ ، إذا و فقط، إذا كانه $س \neq 0$ أو $س \neq 1$

8. أثبت صحة التقرير التالي:

"إذا كانت س عدداً صحيحاً فإنه:

$س^2 = 4$ ، إذا و فقط، إذا كانت $س = 2$ أو $س = -2$

9. لدينا التقارير: $س: \phi$ مجموعة فرعية من كل مجموعة

أ، ط، "الصفر عدد زوجي"، ي، " $10 = 5 + 5$ "

ب، ل، " $13 < 7$ "، ل، "المعبد مقلع منتظم"

ج، م، "الليل أطول من النهار".

عنه قيمة الصدق (إيه أمكن) لكل من التقارير التالية:

(أ) $س \wedge ط$ (ب) $س \vee ط$

(ج) $س \wedge ل$ (د) $س \vee ل$

(هـ) $ط \wedge ل$ (و) $ط \vee ل$

(ز) $(ط \vee ل) \wedge ل$ (ح) $(ط \vee ل) \wedge س$

(ط) $ط \vee ل \vee س$ (ث) $ط \vee ل \vee ي$

(ي) $س \vee ط \vee ل$ (ك) $س \vee ط \vee ي$

- (xiii) ل ← م
(xiv) (ي ← ط) ← ل
(xv) ي ↔ ل
(xvi) ل ↔ م
(xvii) ل ← (ط ↔ ل)
(xviii) ل ↔ (ط ↔ ل)
(xix) م ~ (ل ↔ ل) ~ (ط ↔ ل) ~ (ي ↔ م)
(xx) [ط ~ (ي ~ ل)] ← (ط ~ ل)
(xxi) [ط ~ (ي ~ ل)] ~ [ط ~ ل] ~ [ط ~ ل] ~ (ط ~ ل)
10. إنف المتقارير م، ط، ي، ل، م، الواروة في الترميز 9.
11. أكمل الجدول التالي:

م	ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب
ص	ص						
ص	ع						
ع	ص						
ع	ع						

12. أكمل الجدول التالي:

م	ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب	م ~ ب
ص	ص						
ص	ع						
ع	ص						
ع	ع						

13. استخدم أداة الربط المناسبة لربط كل زوج من أزواج التقارير التالية التي تحصل على تقرير مركب صائب منطقياً:

- (أ) $2 = 1 + 1$ ، القوس مرتبة عربية .
(ب) $2 = 1 + 1$ ، القوس ليست مرتبة عربية .
(ج) $11 = 1 + 1$ ، القوس مرتبة عربية .
(د) $11 = 1 + 1$ ، القوس ليست مرتبة عربية .

14. إذا كان م، ب تقرير عربي غير معيّن، أكملوه جدول الصواب لكل من التقارير التالية:

- (i) $(P \sim) \sim$ ماذا تتردظ ؟
- (ii) $(P \wedge Q) \sim$ ماذا تتردظ ؟
- (iii) $(P \vee Q) \sim$ ماذا تتردظ ؟
- (iv) $(P \leftrightarrow Q) \sim$ ماذا تتردظ ؟
- (v) $(P \vee Q) \sim$ ماذا تتردظ ؟
- (vi) $(P \wedge Q) \vee (P \vee Q) \vee (P \leftrightarrow Q)$ ماذا تتردظ ؟
- (vii) $(P \wedge Q) \vee (P \sim \wedge Q)$
- (viii) $[(P \sim \wedge Q \sim) \wedge P \sim] \wedge P$
- (ix) $(P \sim \leftrightarrow Q) \vee (P \leftrightarrow Q)$
- (x) $(P \vee Q \sim) \leftrightarrow (P \sim \vee Q)$

15. P, Q و R جملتان تقارير مدى كل من $\{ص, خ\}$ - كونه جدول الصدق لكل من التقارير التالية :

- (i) $(P \wedge Q) \wedge (P \vee Q) \wedge (P \leftrightarrow Q)$ ماذا تتردظ ؟
- (ii) $(P \vee Q) \wedge (P \wedge Q) \wedge (P \leftrightarrow Q)$ ماذا تتردظ ؟
- (iii) $(P \vee Q) \wedge (P \sim \vee Q \sim)$ متى يكون هذا التقرير صواباً ؟
- (iv) $(P \vee Q) \wedge (P \leftrightarrow Q)$
- (v) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow$
- (vi) $[(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q)] \leftrightarrow (P \leftrightarrow Q)$

16. إذا كان P و Q تقاريران صواباً ، L و M أي تقريريه ، فلو كان جدول الصدق للتقارير التالية :

- (i) $(P \vee Q) \leftrightarrow (L \vee M)$
- (ii) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (L \wedge M)$
- (iii) $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (L \leftrightarrow M)$
- (iv) $(P \leftrightarrow Q) \vee (L \leftrightarrow M) \vee (P \leftrightarrow L) \vee (Q \leftrightarrow M)$

17. فيه نوع كل من التقارير التالية من حيث كونها :
صائبة منطقياً (توتولوجيا) أم خاطئة منطقياً أم غير معينة منطقياً ،

- $P \sim VP$ (ii) $P \sim AP$ (i)
 $(A \wedge P) \vee P$ (iv) $P \leftarrow [P \wedge (A \leftarrow P)]$ (iii)
 $B \leftarrow [P \sim \wedge (A \vee P)]$ (vi) $(A \vee P \sim) \wedge P$ (v)
 $(A \leftarrow A) \leftarrow P$ (viii) $A \leftarrow [P \sim \wedge (A \wedge P)]$ (vii)
 $(P \leftarrow A) \vee (A \leftarrow P)$ (ix)
 $(A \leftarrow P) \leftarrow [(A \leftarrow A) \wedge (A \leftarrow P)]$ (x)
 $(A \leftarrow P) \leftrightarrow [(A \leftarrow A) \wedge (A \leftarrow P)]$ (xi)
 $(P \sim \leftarrow A \sim) \leftarrow [(A \leftarrow A \sim) \wedge (A \sim \leftarrow P)]$ (xii)
 $[(A \vee A) \leftarrow (A \vee P)] \leftarrow (A \leftarrow P)$ (xiii)
 $P \leftarrow A$ حيث A صواب (xiv)
 $A \leftarrow (A \leftarrow P)$ حيث A صواب (xv)
 $A \vee (A \vee P \sim) \sim$ حيث A صواب (xvi)
 $(P \sim \vee A) \vee (A \sim \wedge P)$ حيث A صواب (xvii)
 $(A \vee A \sim) \wedge P$ حيث $(A \sim \wedge A)$ خطأ (xix)
 $(P \sim \leftarrow A \sim) \leftarrow (A \leftarrow P)$ حيث A صواب (xx)

[1:3] العلاقات المنطقية
[2:3] المنى في الحالات العامة
[3:3] استنتاج قيمة المصدر
مركبات تقرير علمت
قيمة مبدقة .

الفصل 3

العلاقات المنطقية

[1:3] العلاقات المنطقية

تعرّفنا في الفصل السابق للروابط المنطقية ، وأضفنا كيفية استخدام
هذه الروابط للوصول على تقارير جديدة ، ومن ثم (أولاً أسباب أخرى)
تسمى هذه الروابط أحياناً "بالعلاقات المنطقية".
وفي هذا البند سنتعرّف للروابط من نوع آخر تستخدم في الربط بين
التقارير ولحفظها لا تعطى تقارير جديدة - وعلى هذه الروابط
تسمى "العلاقات المنطقية"
وأهم هذه العلاقات المنطقية هما : التضمين ، التكافؤ .

[1:1:3] التضمين Implication

تعريف : يقال أنه P يتضمن B إذا كانه $P \rightarrow B$ صواب دائماً
- وبعبارة أخرى رمزياً بالصورة " $P \rightarrow B$ "
- ويقال " P يؤدي إلى B "
- عذراً $P \rightarrow B$ نقول أحياناً أنه :
"التقرير P نتيجة صالحة (Valid) للمعطى P "

مثال : أثبت أنه $P \rightarrow Q$

الحل : لإثبات أنه $P \rightarrow Q$ يجب أن

نثبت $P \rightarrow Q$ صواب دائماً

، من الجدول المقابل نلاحظ أنه :

$P \rightarrow Q$ صواب كله

∴ $P \rightarrow Q$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
ص	ص	ص	ص
ص	ع	ع	ع
ع	ص	ص	ع
ع	ع	ص	ص

$$(a \wedge b) \Leftarrow \{a \wedge [b \leftarrow (a \vee b)]\}$$
$$(M \wedge N) \leftarrow \{M \wedge [M \leftarrow (M \vee N)]\}$$

في التقدير المركب.

$$(p \wedge q) \leftrightarrow \{q \wedge [p \leftrightarrow (p \vee q)]\}$$

ترتیب عملیات

(1)	(3)	(4)	(5)	(2)
ص - ص	ص - ص	ص - ص	ص - ص	ص - ص
ص - ص	ص - خ	ص - خ	ص - ص	ص - خ
ص - ص	خ - ص	ص - ص	ص - ص	ص - ص
ص - ص	خ - خ	خ - ص	ص - ص	ص - خ
ح - ص	ص - ص	ص - خ	ص - ص	ص - خ
ح - ص	خ - ح	خ - خ	ص - ص	خ - خ
ح - خ	خ - ص	خ - ح	ص - ص	خ - خ
خ - خ	ص - خ	خ - ح	ص - ص	خ - خ

Diagram showing connections between columns:

- Column 1 connects to Column 3 via a path labeled 'v'.
- Column 3 connects to Column 4 via a path labeled 'v'.
- Column 4 connects to Column 5 via a path labeled 'v'.
- Column 5 connects to Column 2 via a path labeled 'v'.
- Column 2 connects back to Column 1 via a path labeled 'v'.

من هذا الحد نرى أنه محور العملية (5) كله هو

$$a_1 \neq \{a \in A \mid \exists b \in A (b \neq a \wedge b \leq a)\}$$
$$. \# \quad (D \wedge N) \leftarrow \{ N \wedge [D \leftarrow (D \vee N)] \} \quad .$$

1. الرمز \Leftarrow يعبر عنه علاقة بين تقريريه وليس أداة ربط (محلية) ، بينما الرمز \Leftarrow يعبر عنه رابط بين تقريريه .
2. \Leftarrow ب ليس تقريراً مركباً ، وبالتالي ليس له جدول صرفه .
3. \Leftarrow م \Leftarrow ب لا تؤدى بالضرورة إلى ب \Leftarrow م أى أنه للعلاقة \Leftarrow ليست متماثلة .
4. العلاقة \Leftarrow هي علاقة ناقلة لأنها عاكسة ومتماثلة وناقلة .
5. \Leftarrow ب \Leftarrow م تعنى (\Leftarrow ب و \Leftarrow م \Leftarrow م)
ولتى \Leftarrow علاقة "تضمين تناك" .

سأل : إختبر صيرمية نتيجة التقرير التالى .
 « إذا اُضيفت الأمانة ظهر الفساد فى الأرض » وقد صيغت
 الأمانة ومه تم ظهر الفساد فى الأرض »
 الحل : نبرمه أنه م : صيغت الأمانة ، ب : ظهر الفساد فى الأرض
 : مقدمة التقرير هى : (\Leftarrow م \Leftarrow ب) م
 ، النتيجة هى : ب
 وتعتبر النتيجة صالحة إذا كانه [\Leftarrow م \Leftarrow ب] م صائب منطقياً
 ولوضيار ذلك نفس جدول العوابه التالى :

م	ب	م \Leftarrow ب	(\Leftarrow م \Leftarrow ب) م	التقرير
ص	ص	ص	ص	ص
ص	ع	ع	ع	ص
ع	ص	ص	ع	ص
ع	ع	ص	ع	ص

∴ يرى التقرير كله صواب
 ∴ التقرير صائب منطقياً ، والنتيجة ب صالحة .

[2.1.3] التكافؤ Equivalence

● إذا أخذنا عروقة التفسير المتناقض \Leftrightarrow ممثلة العرول المتأخره \sim \sim هذه العروقة بالنسبة لأي بمرغبة من التمارير تكافؤ الفراض التفسيرية:

أ. $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ «عكسية»

ب. إذا كان $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ فإنه $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ «متماثلة»

ج. إذا كان $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ فإنه $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ «ناقلة»

إذنه: عروقة التفسير المتناقض \Leftrightarrow «عروقة تكافؤ»

ويظهر لهذه العروقة تماثلها بالرمز \equiv «»

● $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ إذا وقفنا إذا كان $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ صواب

أي إذا وقفنا إذا كان $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ صوابه معاً أو خطيئه معاً.

● من المقرريه السابقه يمكننا تعريف عروقة التكافؤ بين تقريريه بصيغته المنطقية كالتالي:

« يقال لتقريريه \vdash ، \vdash انهما متكافئانه منطقياً (ولاهتمار متكافئانه)

إذا كان لهما نفس قيم (صواب) للصورة»

- نغيره ذلك رمزياً بالصورة: $\vdash \equiv \vdash$ ، $\vdash \Leftrightarrow \vdash$

- ونقرأ « $\vdash \equiv \vdash$ يكافئ»

الخطأ أنه $\vdash \equiv \vdash$ ليس تقريراً مركباً وبالتالي ليس له جدول صدق.

● لإثبات $\vdash \equiv \vdash$

أما أنه نوضح أنه $\vdash \equiv \vdash$ لهما نفس جدول الصدق

أو نثبت أنه $\vdash \Leftrightarrow \vdash$ صواب دائماً (مقبل عام).

سألك: إجمت تكافؤ التقريريه:

$\vdash \sim \vdash$ $\vdash \sim \vdash$ $\vdash \sim \vdash$

الحل: ننشئ جدول الصدق لبيان قيم الصدق لكل من التقريريه:

٢	ب	ب	٨٢	٢ ← ب	٢ ← ب (٢ ← ب)
ص	ص	ع	ص	ع	ص
ص	ع	ص	ع	ص	ع
ع	ص	ع	ع	ص	ع
ع	ع	ص	ع	ص	ع

من الجدول نلاحظ أنه $٨٢ ب \equiv ٢ \leftarrow ب (٢ \leftarrow ب)$ لهما نفس يتم الصوره

$$\therefore ٨٢ ب \equiv ٢ \leftarrow ب (٢ \leftarrow ب)$$

مثال: أثبت أنه $٢ \leftarrow ب (٨ ب) \equiv (٢ \leftarrow ب) \wedge (٨ \leftarrow ب)$

الحل: نكتب صفة التكافؤ علينا إثبات أنه:

$$[٢ \leftarrow ب (٨ ب)] \longleftrightarrow [(٢ \leftarrow ب) \wedge (٨ \leftarrow ب)]$$

[٢ ← ب (٨ ب)]						[(٢ ← ب) ∧ (٨ ← ب)]					
٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤	٤
ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	ع	ص	ع	ص	ص	ص	ع	ع	ص	ع	ص
ص	ع	ع	ع	ع	ص	ص	ص	ع	ع	ع	ص
ص	ع	ع	ع	ع	ص	ص	ص	ع	ع	ع	ص
ع	ص	ص	ص	ص	ع	ص	ص	ص	ص	ص	ع
ع	ص	ص	ص	ص	ع	ص	ص	ص	ص	ص	ع
ع	ع	ع	ع	ع	ع	ص	ع	ع	ع	ع	ع

من الجدول نلاحظ أنه العمود السادس تحت العملية ٦ كله صواب

$$\therefore ٢ \leftarrow ب (٨ ب) \equiv (٢ \leftarrow ب) \wedge (٨ \leftarrow ب)$$

ملاحظة: يمكننا الرموز إلى تكافؤ التقريرييه عن طريقه مقارنة

العموديه الثاني و العاشر الممثلين للتقريرييه

كما يمكننا أيضا كتابة جدول الصوره بالطريقه المتبعه في

منظم الرسمه السابقه

تعاريف [1:3]

1. بيده صفة أو مضاف كل مما يأتي:

- (i) $P \Leftarrow PV$
- (ii) $P \Leftarrow (P \Leftarrow V)$
- (iii) $P \Leftarrow [P \wedge (P \Leftarrow V)]$
- (iv) $(PV) \Leftarrow (V \wedge P)$
- (v) $P \Leftarrow [P \wedge (PV)]$
- (vi) $P \Leftarrow [P \wedge (P \Leftarrow V)]$
- (vii) $(P \wedge V) \Leftarrow (V \wedge P)$
- (viii) $(P \Leftarrow V) \Leftarrow (V \Leftarrow P)$
- (ix) $P \Leftarrow (PV) \wedge P$
- (x) $P \Leftarrow [P \wedge (P \Leftarrow V)] \wedge [P \wedge (V \Leftarrow P)]$

2. بيده أي التقارير التالية يكافئ التقرير $P \Leftarrow V$:

- (i) $P \Leftarrow V$
- (ii) $P \Leftarrow V \wedge P$
- (iii) $P \Leftarrow V \wedge V$
- (iv) $P \Leftarrow V \wedge P$

3. تخير أحد الرموز \Leftarrow ، \Leftarrow لربط كل زوج من أزواج التقارير التالية:

- (i) الشكل الرباعي زواياه قائمة ، الشكل الرباعي مستطيل
- (ii) S عدد زوجي ، S يقبل القسمة على 2
- (iii) المثلث متساوي الأضلاع ، المثلث متساوي الساقين
- (iv) $S = 3$ ، $S = 9$
- (v) $A \neq B$ ، $A \neq B$ و $B \neq A$

4. اختبر صيرورية نتائج التقارير التالية:

- (i) إذا كانت $S^2 = 9$ فإنه $S = 3$ أو $S = -3$
ولكنه $S \neq 3$ ، إذن $S^2 \neq 9$
- (ii) إذا كان $S \neq 3$ فإنه $S \neq 3$ أو $S \neq -3$
ولكنه $S \neq 3$ ، إذن $S \neq 3$

(ii) الطالب لا يستطيع أن يذكر ليلا ويحل التمارين ،

والطالب لم يزل التمارينه وسه تم منهويزاكر ليلال

(iv) إذا ظهر المشاد في الذرعه إنتقل الساعة ، وقد ظهر

العشاء في الزمره اذنه انقضى الساعة.

5. استندام جداول الصرف للبرصنة على هيئة ما يأتي:

$$P \equiv P \wedge P \quad (i)$$

$$P \models (\vee P) \quad (ii)$$

$$P \wedge Q \equiv Q \wedge P \quad (\text{iii})$$

$$u \equiv (u \leftarrow P) \wedge P \quad (iv)$$

$$\vdash \vdash \vdash (A \wedge B) \wedge \quad (V)$$

$$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow p) \equiv p \leftrightarrow q \quad (v_i)$$

$$(\neg \sim \wedge P \sim) \vee (\neg \wedge P) \equiv \neg \longleftrightarrow P \quad (vii)$$

$$p \leftarrow (\cup \wedge p) \equiv \cup \leftarrow p \quad (\text{viii})$$

$$(\neg \wedge P) \sim \wedge (\neg \vee P) \equiv \neg \vee P \quad (ix)$$

$$\neg \leftrightarrow P \equiv (\neg \vee P) \sim (X)$$

$$\psi \sim \wedge p \equiv (\psi \leftarrow p) \sim \quad (xi)$$

$$A \leftarrow (u \wedge v) \equiv (A \leftarrow u) \leftarrow v \quad (vii)$$

(۱۲) و ۷ ~ ۵ به ص

أى مراب راعا .

(ix) أي فلان دائماً.

6. أَلَيْسَ صِدْقًا مَعَهُ؟

(۱) التقریر " لیس صیحا أنه زید و سبب في الاقتناع "

يَكْفَانِي التَّغْيِيرُ " شَيْءٌ نَحْمُ فِي الْإِسْلَامِ "

(أ) التقرير "ليس صحيحاً أنه التملك فتلحق الاستملاك أو

مختلف الزوايا

يَكُونُ فِيهِ الْقَرَارُ « الْمَلِكُ مُتَسَاوٍ لِلرُّضَخِ ».

(iii) التفسير « إذا كان $\theta = 1$ فإنه $\theta = 45^\circ$ »

لدينا في التفرع " ، إذا كانت $\theta = 45^\circ$ فإنه $\phi = 1^\circ$ "

میت ۳۸ [۰' ۳۶۰]

[23] النفس في الحالات العامة

سبعة أنه أو منينا أنه نفس التقرير P هو $\sim P$ - ويقرأ :
 « ليس صحيحاً أنه » أو « ليس » أو « لا »
 وتلك ما هو الحال عند نفس تقارير مركبة مثل :
 - ما دل طالب ذاتي وما ان طالب يجتهد
 - المدرس يجتهد أو الطالب يتذكره دروسهم .
 - ينبت الزرع ، اذا ونقطه ، اذا أمطرت السماء . وهكذا
 من البديهي أنه ، اذا القدر كل تقريره هذه التقارير « ليس صحيحاً أنه »
 تفصل على نفس هذا التقرير - ، إلا أنه هذا الأسلوب يفصل لغة التقرير
 صيغاتها اللغوية وتغييراتها المألوفة لغزاً بترها على لغتنا العربية .
 وهذا ما يدفعنا إلى استحداث أساليب أخرى لنفس التقارير المركبة
 لتعطينا صيغاً مقبولة من الناحية اللغوية .
 إلا أنه هذه الأساليب قد تحتاج إلى تغيير بسيط في بعض الأحيان ،
 وذلك منعتهم على القاعدة المنطقية العالمية عند نفس مثل هذه
 التقارير .

قاعدة : لأي تقرير P ، يكون :

- ق 1 . $\sim (P \sim) \equiv P$
 - ق 2 . $\sim (P \wedge) \equiv P \vee$
 - ق 3 . $\sim (P \vee) \equiv P \wedge$
 - ق 4 . $\sim (P \rightarrow) \equiv P \leftarrow$
 - ق 5 . $\sim (P \leftarrow) \equiv P \rightarrow$
 - ق 6 . $\sim (P \leftrightarrow) \equiv P \nleftrightarrow$
- أ
 أ
 أ
 أ

ونترك هذه القاعدة كتمرين .

• مثال : أكتبه نفس كل من التقارير التالية :

- (1) المدرس يجتهد أو المصروب يذاكره دروسهم.
- (2) لو أحببنا المذاكرة واللعب.
- (3) $0 = 1$ أو $0 = 2$ وليس كليهما.
- (4) إذا اشتريت شقة فسوف أتزوج.
- (5) سأنال رضا والدي إذا ونقط، إذا كنت بآنا بريا.
- (6) إذا كانه المفضل فتعلم فإنه : قياسات زوايا • متساوية، و
أطوال أضراسه متساوية.

الحل :

(1) نقرضه أنه " المدرس يجتهد "

ع ب ، " المصروب يذاكره دروسهم "

∴ التقرير المعطى بالصورة : $0 = 2$ و $0 = 1$

ع 6 ∼ (0 = 2) ∼ ∼ ∼ 8 ∼ ع (ق 3)

∴ نفس التقرير هو : " المدرس ليس يجتهد و التلميذ لا يذاكره دروسهم "

(2) لنفيه 8 : " أحب المذاكرة " ع ب : " أحب اللعب "

التقرير المعطى بالصورة ∼ (0 = 2) ونفيه 8 ∼ ع (ق 2)

∴ نفس التقرير هو " أحب المذاكرة واللعب "

(3) التقرير " $0 = 2$ أو $0 = 1$ وليس كليهما "

ع ب الصورة 2 لا ب ونفيه 8 ∼ ع (ق 4)

∴ نفس التقرير هو $0 = 2$ ، إذا ارتبطا ، إذا كانه $0 = 1$

(4) لنفيه 8 ، " اشتريت شقة " ع ب : " سأتزوج "

∴ التقرير المعطى بالصورة 8 ∼ ع ونفيه 8 ∼ ب (ق 5)

∴ نفس التقرير هو : " اشتريت شقة و لم أتزوج "

(5) لنفيه 8 : " أثال رضا والدي " ع ب : " أكره بارا بالدي "

∴ التقرير المعطى بالصورة 8 ∼ ب

- ونفيه له أربع صيغ ومعه 6 -
 ويزيد عليه نفس التقرير المعطى بإحدى الصيغ التالية:
 - لا أنال رضا والدي إذا ولفظ إذا كنت باراً بها .
 - أنال رضا والدي إذا ولفظ إذا كنت غير باراً بها .
 - أنال رضا والدي أو أكونه باراً بها وليس كليهما .

(6) تلييه : $P \rightarrow Q$ "المضلع منتظم"

6. $P \rightarrow Q$: "مياساة زوايا متساوية"

7. $P \rightarrow Q$: "أطوال أضلاع متساوية"

8. التقرير المعطى بالصورة : $P \rightarrow Q$ (ب 58)

وتكونه نفية $\sim [P \rightarrow Q]$ (ب 58)

$P \rightarrow Q \equiv \sim P \vee Q$ (ب 58)

$P \rightarrow Q \equiv \sim (P \wedge \sim Q)$ (ب 57)

8. نفس التقرير هو :

"المضلع منتظم رغم أنه قياسات زواياه غير متساوية أو أطوال أضلاعه غير متساوية"
 6. "المضلع منتظم رغم عدم تساوي قياسات زواياه أو أطوال أضلاعه"

العكس - النفي - النقيض - عكس النقيض
للتقرير الشرطي $P \rightarrow Q$

عكس التقرير الشرطي $P \rightarrow Q$ هو $P \leftarrow Q$ ◇

أي تبديل المقدمة والنتيجة المربع

أو نفس اتجاه السهم .

نفي (Negation) التقرير الشرطي $P \rightarrow Q$ هو $\sim (P \rightarrow Q)$ ◇

مع ملاحظة أنه النفي يتم لجمل التقرير (أ ← ب) وليس النفي المنفصل

لمركبته $\sim P \vee Q$.

نقيض (Contradiction) التقرير الشرطي $P \rightarrow Q$ هو $P \wedge \sim Q$ ◇

أي تبديل المقدمة بنفيها والنتيجة بنفيها .

عكس النقيض (Contrapositive) التقرير الشرطي $P \rightarrow Q$ هو $\sim Q \rightarrow \sim P$ ◇

وليس أحياناً "المعكوس المصنوع"

• مثال : للتقرير الشرطي " إذا اجتهد التلميذ فإنه ينجح " .

مقدمة التقرير هي : " التلميذ يجتهد " .

، نتيجة التقرير هي : " التلميذ ينجح " .

ـ عكس التقرير هو : " إذا نجح التلميذ فإنه يجتهد " .

ـ نقيض التقرير هو : " ليس صحيحاً أنه : إذا اجتهد التلميذ فإنه ينجح " .

أو : " التلميذ يجتهد ولم ينجح " (٥٨)

ـ نقيضه التقرير هو : " إذا لم يجتهد التلميذ فإنه لم ينجح " .

ـ عكس النقيض للتقرير هو : " إذا لم ينجح التلميذ فإنه لم يجتهد " .

• والسؤال الآن : إذا كان التقرير الشرطي $P \rightarrow Q$ هو أياً - هل يؤدي

ذلك بالضرورة إلى جواب كل عكسه ، نقيضه ، عكس نقيضه ؟

ولجوابه على ذلك نفرض حدوث الصدق التالي مع ملاحظة أنه

$P \rightarrow Q$ هو أياً في ثلاث حالات فقط :

١	٢	٣	التقرير	عكسه	نفيه	لنقيضه	عكس النقيض
P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftarrow Q$	$(P \leftarrow Q) \sim$	$P \leftarrow Q$	$P \leftarrow Q$
ص	ص	ص	ص	ص	ع	ص	ص
ع	ص	ص	ص	ع	ع	ع	ص
ع	ع	ص	ص	ص	ع	ص	ص

من الجدول نلاحظ التالي :

• إذا كان التقرير الشرطي $P \rightarrow Q$ هو أياً دائماً فإنه :

ـ عكسه $(P \leftarrow Q)$ ليس هو أياً دائماً .

أي أنه : $P \leftarrow Q \neq P \rightarrow Q$

ـ نفيه $(P \leftarrow Q) \sim$ خطأ دائماً

ـ نقيضه $(P \leftarrow Q) \sim$ ليس هو أياً دائماً .

أي أنه : $P \leftarrow Q \neq (P \leftarrow Q) \sim$

- مجلس التدقيق (م - ب - ج - د) هو أب دائماً

أي أنه : $P \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow M$

• لاحظ أنه التقرير: $M \leftarrow B$ وليس نقيضه $B \leftarrow M$
- على وجه الخصوص - فكيف يتم منطقيًا .
أي أنه : $P \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow M$

[3.3] استنتاج قيم الصدف لمركبات تقرير علمت قيمة صدفه

فيما سبق كان الـ (ب) صدفًا منسحبًا على معرفة يتم الصدف لتقرير مركب
عبر طريقه يتم الصدف لتقريره الجزئية .
وفي هذا البند سنحاول استنتاج قيم الصدف لبعضه (أو إنه أمكنه بكل)
مركبات تقرير مركب متى علمت قيم الصدف لهذا التقرير أو بعضه
مركباته وذلك باستمداد التعاريف والتراكم المنطقي السابقة .
وهذا ما يتضح من جدول التabelle التالية :

• مثال : إذا علم أنه $(P \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow M)$ هو أب
فما ستنتج قيمة الصدف للتقرير ب .

الحل : $(P \leftarrow B \leftarrow C \leftarrow D \leftarrow M)$ هو أب
ب (م - ب) هو أب ب $P \leftarrow C$ هو أب
ب ب هو أب
(قاعدة ٨)
(قاعدة ٤)

• مثال : إذا علم أنه التقرير التالي هو أب
" إذا كانت الشركة خاسرة فإنه لربها مديون " .
والشركة ليس لربها مديون " .
فهل الشركة خاسرة أم ليست خاسرة ؟
الحل : يفرض أنه P : " الشركة خاسرة " .
ب : " الشركة لربها مديون " .

بـ (التي تـ لم تعطى على الصورة: $(P \leftarrow B) \sim A$ بـ

• معلوم: $(P \leftarrow B) \sim A$ جواب
 $\Leftarrow P \leftarrow B$ جواب $\sim A$ بـ جواب (قاعدة ٨)
 $\Leftarrow P \leftarrow B$ جواب $\sim A$ بـ خطأ (قاعدة \sim)
 $\Leftarrow P$ خطأ (قاعدة \leftarrow)
 $\Leftarrow \sim P$ جواب (قاعدة \sim)
 بـ (التي لم تستفاد من قاعدة)

• مثال: إذا علم أنه:

$[(P \vee Q) \leftarrow (P \wedge R)] \wedge A$ جواب

ناستنتج قيمة الصورة للتعريف P .

الحل: $[(P \vee Q) \leftarrow (P \wedge R)] \wedge A$ جواب (مطلوب)
 $\Leftarrow [(P \vee Q) \leftarrow (P \wedge R)]$ جواب $\wedge A$ جواب (قاعدة \wedge)
 $\Leftarrow (P \vee Q) \leftarrow (P \wedge R)$ جواب $\wedge A$ جواب (قاعدة \leftarrow)
 $\Leftarrow P \wedge R$ جواب (قاعدة \wedge)
 $\Leftarrow P$ جواب (حيث R جواب) (قاعدة \wedge)

حل آخر: يمكن استنتاج قيمة صورة P من جدول الجدول التالي:

	$(P \vee Q) \leftarrow (P \wedge R)$	A	$[(P \vee Q) \leftarrow (P \wedge R)] \wedge A$	B
"	ص	ص	ص	ص
"	ص	ص	ص	ص
"	ص	ص	ص	ص
"	ص	ص	ص	ص
"	ص	ص	ص	ص
"	ص	ص	ص	ص
"	ص	ص	ص	ص

من الجدول الأخير يتبع أنه P جواب

مثال: إذا علم أن

$[(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)] \wedge [(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)]$ صواب

فاستنتج قيم صوره التقارير P, Q, R, S

الحل: $[(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)] \wedge [(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)]$ صواب

$\Leftarrow (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)$ صواب $\Leftarrow (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)$ صواب

$\Leftarrow (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)$ صواب $\Leftarrow (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)$ صواب

$\Leftarrow (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)$ صواب $\Leftarrow (P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)$ صواب

$\Leftarrow P \rightarrow Q$ صواب $\Leftarrow R \rightarrow S$ صواب $\Leftarrow P \rightarrow R$ صواب $\Leftarrow Q \rightarrow S$ صواب

$\Leftarrow P \rightarrow Q$ صواب $\Leftarrow R \rightarrow S$ صواب $\Leftarrow P \rightarrow R$ صواب $\Leftarrow Q \rightarrow S$ صواب

$\Leftarrow P \rightarrow Q$ صواب $\Leftarrow R \rightarrow S$ صواب $\Leftarrow P \rightarrow R$ صواب $\Leftarrow Q \rightarrow S$ صواب

$\Leftarrow P \rightarrow Q$ صواب $\Leftarrow R \rightarrow S$ صواب $\Leftarrow P \rightarrow R$ صواب $\Leftarrow Q \rightarrow S$ صواب

من آخره من جدول البرول التالي:

	$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S)$	$(P \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow S)$	$P \rightarrow Q$	$R \rightarrow S$	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow S$
"صواب"	ص	ص	ص	ص	ص	ص
"قاعدة ٨"	ص	ص	ص	ص	ص	ص
"قاعدة ٩"	ص	ص	ص	ص	ص	ص
"قاعدة ١٠"	ص	ص	ص	ص	ص	ص
"قاعدة ١١"	ص	ص	ص	ص	ص	ص
"قاعدة ١٢"	ص	ص	ص	ص	ص	ص

من البرول نستنتج أن

$P \rightarrow Q$ صواب $R \rightarrow S$ صواب $P \rightarrow R$ صواب $Q \rightarrow S$ صواب

مثال: إذا علمت أن كل صوره التقارير التالية صواب

$P \rightarrow Q$ صواب $R \rightarrow S$ صواب $P \rightarrow R$ صواب $Q \rightarrow S$ صواب

فاستنتج قيم صوره التقارير P, Q, R, S

الحل: $2 \rightarrow 1$ جواب $6 \rightarrow 7$ جواب $6 \rightarrow 5$ جواب $6 \rightarrow 4$ جواب $6 \rightarrow 3$ جواب $6 \rightarrow 2$ جواب $6 \rightarrow 1$ جواب

← P → ب صواب VP6 ه صواب 6 ه خفا

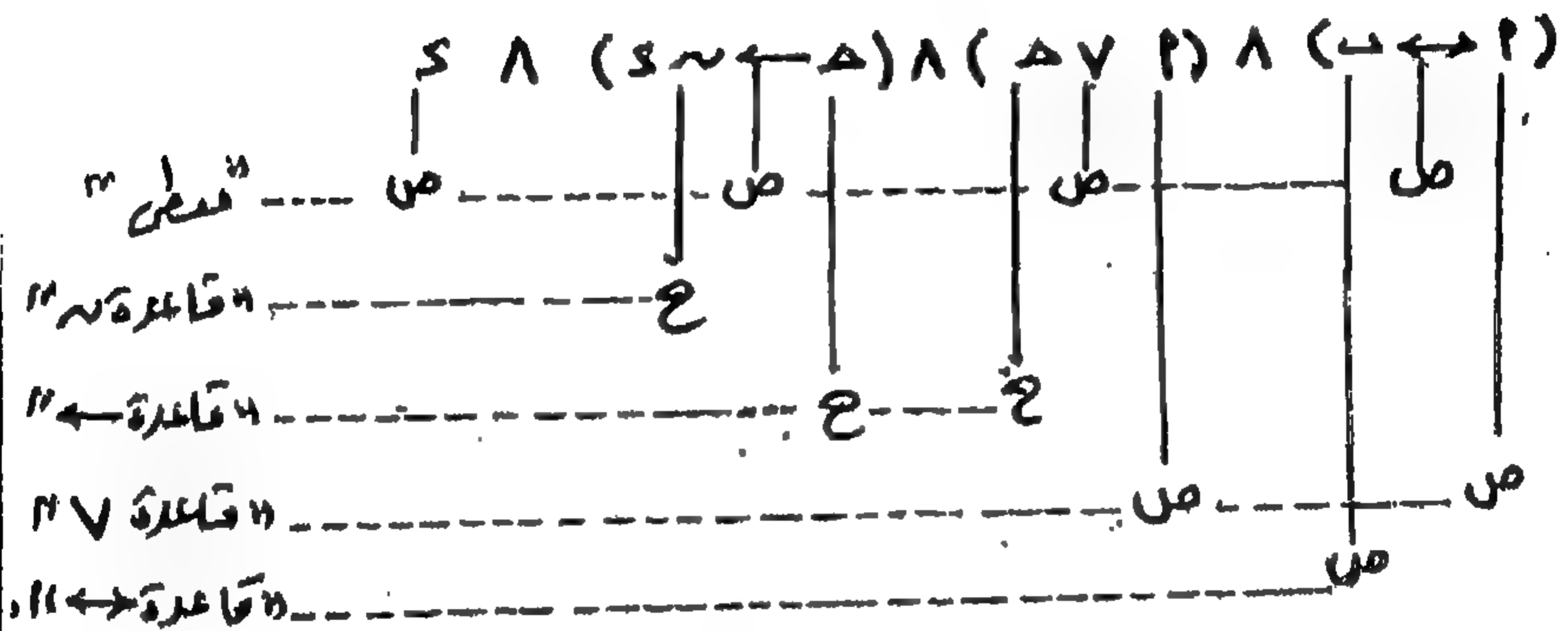
⇒ $p \leftrightarrow q$ هېواپ p هېواپ

⇐ P میرا ب

۴ مهراب ، ب مهراب ، ه مَظا.

حل آخر : يتلوه الجدول التالي مع ملاحظة أنه جميع المعطيات

ترتيب فيما بيننا بالرابط ٨.



من البرد نبتج انه

۲ مہراب ۷ مہراب ۸ مہراب

تهارين [2:3]

• أكتب نفس كل من (التقارير التالية)

- (1) العنصر عدد موجب
- (2) العدد الصحيح إما فردى أو زوجى وليس كليهما
- (3) 3×7 عدد غير سالب
- (4) تنخفض درجة الحرارة في فصل الصيف وترتفع في فصل الشتاء.
- (5) ليس صحيحاً أنه المستطيل والمربع متشابهان
- (6) مثل المسألة باستدراك الجداول الرياضية أو الدالة الحاسبة.
- (7) إذا اعتمد الطالب على النفس في الامتحان فإنه يرسب.
- (8) ساهى يتعلم اللغة الإنجليزية والفرنسية بطريقة.
- (9) تظهر النصول الأربعة إذا دارت الأرض حول الشمس.
- (10) جاء أنطونيوس إلى مصر وأحب كليوباترا وتزوجها.
- (11) إذا جاء أنطونيوس إلى مصر أحب كليوباترا وتزوجها.
- (12) تعاقبت النصول الأربعة باستمرار مرة الأرض حول الشمس و
يسل محورها.

(13) الساعة العاشرة صباحاً في القاهرة إذا ارتقطت إذا كانت الساعة الثامنة صباحاً في لندن.

(14) الطلوب يحافظون على النظام إذا فقط إذا كان المدرس هارماً
وإذا لم يحافظوا على النظام فإنه المدرس ليس هارماً.

(15) $m^2 - 4 = 0$ شرط لازم وكافى لكي يكون m معادلة

$m^2 + 2m + 1 = 0$ حيزاً حقيقياً m متساوياً.

• أكتب (النفي، العكس، النقيض، عكس النقيض) لكل من

التقارير الشهرية التالية :

(16) إذا آتت تنوعاً تكونه صغيراً.

(18) قابلية اشتقاق الرالة عند نقطة شرط كما في الاتصال لها عند نفس النقطة .

(20) من محدودی فقط ادا کلام من + 1 محدودی .

(22) من عدم حقیق شرط ضروری استلزام من عدم انسیبیا .

(24) اذ لم يؤمنوا (٢٧) و (٢٨) جواب

(25) استنبط قيمة الصلة للتقرير ٩ إذا علم أنه:

(26) استنبط قيمة الصبرة للتقريب إذا علم أنه ١

(27) استنبج قيمة الصدمه للتقريب إذا علم أنه:

(۱۱) ا ← ب مَطَاً ، ب ← ح جَوَابٌ ، ح ← هـ هَوَاجٌ

فقط $[(\neg \vee p) \wedge (\neg \leftrightarrow p)] \vee [(\neg \wedge p) \wedge \neg]$

جواب : $[p \leftarrow q] \wedge [(p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow p) \sim]$

- [1:4] الجمل المفتوحة
 [2:4] التقارير المسورة
 [3:4] تدريب يتم الصدم
 للتقارير المسورة
 [4:4] المسورات المركبة
 [5:4] نفي التقارير المسورة

الفصل 4

منطق الحكم

[1:4] الجمل المفتوحة

Open Sentences

سبعة أنه ذكرنا أنه الجمل مثل :

$$9 = 5 + 4$$

$$4 = 3 + 1$$

..... مدينة عربية

نسمى « جمل مفتوحة » - وهي غير كاملة المعنى - وهذه الجمل وأمثلة لها
 بوصفها الراهمة لا تحسم على جواب أو خطأ أي منها - وبالتالي لا
 تشكل تقارير.

- ولدي فضاء هذه الجمل لنظام المنطق أو الرياضيات يجب تحويلها إلى تقارير.
- ولتحويل الجملة المفتوحة إلى تقرير هناك أسلوبين :
- الأسلوب الأول هو ربط الجملة المفتوحة بما يسمى « مجموعة المقولفين »
 لكل متغير في هذه الجملة المفتوحة.

• الأسلوب الثاني هو ربط الجملة المفتوحة بأحد السورين :
 " كل " و " بعض " السور الكلي " أو " يوجد " و " بعض " السور الجزئي
 وهذه الأسوار تلعب دوراً هاماً في الرياضيات مثل :

$$\text{لكل } x \in \mathbb{R} : x + 0 = x$$

$$x \text{ يوجد } x \in \mathbb{R} : x^2 = 5$$

وهذا الأسلوب سيكون موضع اهتمامنا بالدرجة الأولى فيما بعد .

- ولما سبعة أنه رمزنا للتقارير بالرموز : $a, b, c, d, e, f, g, \dots$

فإنه الجمل المفتوحة يرشد لها غالباً بالرموز :

م (س) ، ب (س) ، ح (ص) ، د (س، ص) ، ... ، هـ (س، ص) ، ع (ص) ، ...
حيث س، ص، ع، ... تعبر عن المتغيرات في الجملة المفتوحة .

ولتوضيح كيفية تحويل الجمل المفتوحة إلى تقارير نورد الأمثلة التالية :

• مثال : الجملة المفتوحة م (س) : $S^2 + 5 = 9$

1. إذا كانت مجموعة التعويض هي هـ (مجموعة الأعداد الصحيحة)

فإنه : الجملة م (س) تكون صائبة إذا عوضنا عن س ب 2 أو -2

وتكون خطأ إذا عوضنا عن س بأي عدد صحيح غير 2، -2 .

تسمى المجموعة {2، -2} "مجموعة الحل" أو "مجموعة الصورة"

ونلاحظ هنا أنه الجملة المفتوحة م (س) أمثلة الحكم على صوابها
أو خطأ ومن ثم فقد تحولت إلى تقرير .

2. إذا قلبت الجملة المفتوحة م (س) : $S^2 + 5 = 9$

بالصورة : لكل عدد صحيح س ، $S^2 + 5 = 9$ فإنها تكون خطأ

وإذا قلبت بالصورة :

يوجد عدد صحيح س : $S^2 + 5 = 9$ فإنها تكون صائبة .

وفي كل من الصورتين تحولت الجملة المفتوحة إلى تقرير .

• مثال : الجملة المفتوحة د (س) : س دولة عربية

إذا كانت مجموعة التعويض هي {مصر، فرنسا، عمان، كندا، السعودية}

فإنه عند استبدال المتغير س ب :

مصر ، أ، عمان أو السعودية فإننا نحصل على تقارير صائبة

أما عند استبدال المتغير س ب :

فرنسا أو كندا فإننا نحصل على تقارير خاطئة

وتكون مجموعة الحل (الصورة) للجملة المفتوحة

د (س) : س دولة عربية هي {مصر، عمان، السعودية}

• مثال : أوحد مجموعة الحل للجملة المفتوحة :

ثانياً: إذا كانت مجموعة التوليد S :
 مجموعة لكل جملة $M(S)$ $\{2\}$
 ، مجموعة لكل جملة $M(S)$ $\{2, 2\}$
 وميث أنه الجملة $M(S)$ ، $M(S)$ ليس لهما نفس مجموعة الكل
 منها إذاً غير متماثلتين .

[2:4] التقارير المسورة Quantifier Statements

رأينا فيما سبق أنه إذا كان لدينا جملة مفتوحة $M(S)$ S ثم ربطنا بأحد المتغيرات "كل" أو "يوجد" فإننا نقول أن تقرير S ومثل هذه التقارير تسمى "تقارير مسورة"

كلماتها "كل" أو "يوجد" معناها "بالسور الكل" ويرمز
 له رياضياً بالرمز " \forall " .
 كلماتها "يوجد" أو "يوجد" معناها "بالسور الجزئي" ، ويرمز
 له رياضياً بالرمز " \exists " .

و فيما يلي نعرض للرمز المتغير S (التفصيل :

[1:2:4] السور الكل (\forall) Universal Quantifier

إذا كانت S مجموعة التوليد للجملة المفتوحة $M(S)$ S فإنه
 أي تقريره التغيرات التالية يسمى "تقرير مسور كلياً"

لكل $S \in S$: $M(S)$ \forall

جميع قيم $S \in S$: $M(S)$ \forall

لدى $S \in S$: $M(S)$ \forall

إذا كانت $S \in S$: $M(S)$ \forall

$M(S)$: $M(S)$ \forall : $M(S)$ \forall

ونغير عنه ذلك رمزياً بالصورة : " λ س \exists س \leftarrow م (س) "

أو بالصورة : " λ س : س \exists س \leftarrow م (س) "

وليس الرمز " λ " "سُورًا كليًا".

- ومنه أمثلة التقارير المسورة كليًا :

• لكل عدد حقيقي س يكونه (س-2) $=$ س 2 - س 2 - 4 + س + 4

ونغير عنه رمزياً بالصورة :

λ س \exists ع : (س-2) $=$ س 2 - س 2 - 4 + س + 4

λ س : س \exists ع \leftarrow (س-2) $=$ س 2 - س 2 - 4 + س + 4

• أي مربع مستطيل

ونغير عنه رمزياً بالصورة :

λ س : س مربع \leftarrow س مستطيل .

• إذا كانه س عدداً طبيعياً فإنه يكونه زوجياً أو فردياً وليس كليهما

ونغير عنه رمزياً بالصورة :

λ س \exists ط : (س عدد زوجي) λ (س عدد فردي)

• س + 0 = س مهما كانت قيمة س الحقيقية .

ونغير عنه رمزياً بالصورة :

λ س \exists ح : س + 0 = س

ملاحظة : في كثير من التقارير المسورة كلياً قد لا يظهر السور
الكامن في التفسير بشكل صريح ، وإنما يفهم من قدار النص
وهذا يرجع إلى طبيعة العلم الذي نتناوله وأسلوب الكتابة فيه
فمثلاً :

في حساب المثلثات : ما 2 س = 2 ما س مما س يعني أنه

λ س : ما 2 س = 2 ما س مما س

وليفهم ضمناً أيضاً أنه السور λ عاثر إلى مجموعة الأعداد الحقيقية .

• في التفاضل $\frac{d}{ds}(\tilde{s}) = \tilde{s} = s^{-1}$ وهذا يعني أنه:
 $\forall s \in \mathbb{R} : \frac{d}{ds}(\tilde{s}) = \tilde{s} = s^{-1}$

[2:2:4] السور الجزئي (الوجودي) (E) Existential Quantifier

إذا كانت s مجموعة المقولصه للجملة المفتوحة $\varphi(s)$ فإنه
 أي من التعبيرات :

يوجد على الأقل $s \in \mathbb{R} : \varphi(s)$ أ

يوجد $s \in \mathbb{R} : \varphi(s)$ أ

لنصفه من $s \in \mathbb{R} : \varphi(s)$:

يسمى "تقرير مُستَوْر جزئياً"

وتُعبّر عنه رمزياً بالصورة : $\exists s \in \mathbb{R} : \varphi(s)$:

أو بالصورة : $\exists s : \varphi(s)$ ← (س)

وليس الرمز "E" "السور الجزئي" أو "الوجودي".

• ومن أمثلة التقارير الصورة جزئياً :

• يوجد عدد حقيقي s بحيث $s + 1 = 3$ - وتكتب رمزياً بالصورة :

$\exists s \in \mathbb{R} : s + 1 = 3$.

• بصفة المضلعات الرباعية قياسات زواياها متساوية

وتكتب رمزياً بالصورة :

$\exists s : s$ مضلع رباعي ← من قياسات زواياه متساوية .

• هناك دوال متصلة وغير قابلة للاشتقاق

وتكتب رمزياً بالصورة :

$\exists d : (d \text{ متصلة}) \wedge (d \text{ غير قابلة للاشتقاق})$.

① ضالك ألفاظ أخرى تعبر عنه السور الجزئي (3) مثل :
« معظم » ، « أقل » ..

فمما نقول : معظم (أغلبية) الطراب ناجوه .
ونقول : أقلية من الطراب صطلوا على الدرجة الزاوية .
فالرسوار في مثل هذه الحالات تعبر عنه الجزئية لاننا لا نعدل
على الكلية .

ومع ذلك فالمناطقة عند « هاملتون » ، « دي مورغان »
لا تعترفون بمثل هذه الألفاظ كأجوار ، والتوا بالور « بعضه »
الذي يحلله استنتاجه من هذين السورين واللفظ ليس صحيحا .
فعندما نقول « معظم الطراب ناجوه » فإننا نستنتج منه أنه :
« بعضه الطراب ناجوه » . بينما إذا قلنا « بعضه الطراب ناجوه »
فإنه استنتاج الجدير « بعضه الطراب ناجوه » غير صحيح .

- المهم أنه نذكر أنه السور (3) يعني « وجود واحد على الأقل »
ولربما نحتاج من وجود الرئيس واحد .
فمما رتبة التقريرية :

• 3 س : س عدد زوجي وأولي .

• 3 س : س عدد زوجي .

فالتقرير الأول يكونه صابغا حالة واحدة فقط عندما س = 2
أما التقرير الثاني يكونه صابغا كثيرا كثيرا من الأعداد - أي أنه :
يوجد على الأقل عدد زوجي .

② نعلم مما سبق أنه التقريرية صورية ، إما صواب أو خطأ
وليس ظاهرا في أنه واحد - ومثل هذه التقارير الواردة كمثل
صورية تسمى « التقارير الوصية » أو « القضايا الوصية » .

- وفي هذا الفصل تعرضنا لتقارير تحمل في مفهومها صورية مقبولة
« ومثل هذه التقارير تحمل معنى أشمل وأعم من التقارير الجزئية
السابقة حيث أنه كل تعويبه عنه يتم المتغيرات يعطى تقريراً
وهو لا يختلف عنه الآخر . لهذا نسمي مثل هذه التقارير أحيانا

« التقارير (القضايا) العامة »
 - والمنطق الذي يهتم بدراسة هذه التقارير العامة يسمى
 « منطق الحكم Predicate Logic »
 كما يسمى السور الكلي (V) « هيئانا » « التام الشامل » أو
 « أداة القياس الكلية (المشاملة) »
 ويسمى السور الجزئي (E) « هيئانا » « التام الجزئي » أو
 « أداة القياس الوجودية (الجزئية) »

• مثال : ضع كل ما يأتي في صيغة رفرية :

- (1) كل الزمراد الحقيقية أبعاد مركبة .
- (2) أي عدد فردي مربع وضعه في الصورة $2n-1$ ، n عدد صحيح +
- (3) $1 = p^2 + q^2$ حيث p, q أعداد صحيحة
- (4) لأي دالة d : إذا كانت متصلة وقابلة الاشتقاق فإنها
 تتلوه قابلة للتكامل .
- (5) بعض المثلثات مقلعات منتظمة .
- (6) يوجد مثلث متساوي الساقين $5 = 5$ حيث s عدد طبيعي .

الحل :

- (1) $\forall x (x \text{ حقيقي} \rightarrow \exists y (y \text{ أبعاد} \wedge y \text{ مركبة}))$
- (2) $\forall n (n \text{ عدد فردي} \rightarrow \exists m (m^2 = 2n-1))$ ، n عدد صحيح +
- (3) $\exists p \exists q (p^2 + q^2 = 1)$ حيث p, q أعداد صحيحة
- (4) $\forall d (d \text{ دالة} \wedge d \text{ متصلة} \wedge d \text{ قابلة للاشتقاق} \rightarrow d \text{ قابلة للتكامل})$
- (5) $\exists \Delta (\Delta \text{ مثلث} \wedge \Delta \text{ منتظم})$
- (6) $\exists s \exists t (s = t \wedge s = 5)$ حيث s, t عدد طبيعي .

ملحظة : الأسوار \forall, \exists لا يمتد تأثيرها على جميع متغيرات الجملة
 المركبة التالية لها ، بل يمتد تأثيرها فقط إلى أول جملة أو
 أول جملة بين توسيعه التالية لها .

[3، 4] تحديد قيم المصدق للتقارير المسورة

تعريف (أ) التقرير المسور خطياً "A س : م (س)" يكونه هماً بئاً إذا
ونقطاً إذا كانت مجموعة الكل تساوي مجموعة التعويض.
أو إذا كان كل تعويضه من بعينه من عناصر مجموعة التعويض
- لا مثلاً - يجعل م (A) هماً بئاً.

(أأ) التقرير المسور خطياً "A س : م (س)" يكونه خطياً إذا ونقطاً
إذا كانت مجموعة الكل لا تساوي المجموعة الشاملة.
أو إذا كان هناك تعويض واحد على الأقل من
م مثلاً - يجعل م (A) غير هماً بئاً (خطياً).

• مثال : عينة قيم المصدق لكل من التقارير التالية :

$$(1) A س : م (س) = 3 س : (س موجب) \quad \underline{A} س : م (س) = 3 س (س سالب)$$

$$(2) A س : م (س) = 3 س : \quad \sqrt{A س} = |A س|$$

$$(3) A س : م (س) = 3 س : \{2, 1, 0\} : س^3 - 3 س^2 + 2 س = 0$$

$$(4) A س : م (س) = 3 س : س^3 - 3 س^2 + 2 س = 0$$

الحل :
(1) مجموعة الحل = $\{ \dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, \dots \}$
 $= م - \{0\} \neq م$

(2) التقرير خطياً .
التقرير هماً بئاً حسب التعريف الرياضي.

$$(3) س = 0 \Leftrightarrow 0 = 3(0) - 3(0)^2 + 2(0) = 0 \Leftrightarrow س = 0 \text{ هماً بئاً}$$

$$س = 1 \Leftrightarrow 1 = 3(1) - 3(1)^2 + 2(1) = 0 \Leftrightarrow س = 1 \text{ هماً بئاً}$$

$$س = 2 \Leftrightarrow 2 = 3(2) - 3(2)^2 + 2(2) = 0 \Leftrightarrow س = 2 \text{ هماً بئاً}$$

∴ مجموعة التعويض هماً بئاً من مجموعة حل

∴ التقرير هماً بئاً.

$$(4) ∴ المعادلة س^3 - 3 س^2 + 2 س = 0 \text{ من الدرجة الثالثة}$$

∴ مجموعة الحل تحتوي على ثلاثة حلول على الأكثر

من مجموعة الكل ∴ م ≠ م
وبالتالي : التقرير خطياً.

تعريف (أ) التقرير المستور جزئياً " $[s: m(s)]$ يكونه مهابئاً إذا

ونقط إذا كانت مجموعة الكل غير خالية .

أو إذا وجد تعويده وأمر على الأقل - مثل ٩ - يجعل

م (٢) تقرير مهابئاً .

(أ) التقرير المستور جزئياً " $[s: m(s)]$ يكونه خطأً إذا

ونقط إذا كانت مجموعة الكل خالية (Φ)

أو إذا كان كل تعويده عنه من بعض تقرير مهابئاً .

مثال : عينة قيمة الصفر لكل من التقاء من التالية :

$$(1) \quad [s \in \mathcal{C} : s = 1 + 2] \quad ; \quad \mathcal{C} = \{1, 2\}$$

$$(2) \quad [s \in \mathcal{C} : s \leq 3] \quad ; \quad \mathcal{C} = \{1, 2, 3\}$$

$$(3) \quad [s \in \mathcal{C} : s \in \mathcal{C}] \quad ; \quad \mathcal{C} = \{1, 2, 3\}$$

$$(4) \quad [s \in \mathcal{C} : s = 3] \quad ; \quad \mathcal{C} = \{1, 2, 3\}$$

$$(1) \quad \text{الحل : } s = 1 + 2 = 3 \Rightarrow s = 1 \Rightarrow 1 \in \mathcal{C} \Rightarrow s \in \mathcal{C}$$

∴ مجموعة الكل = Φ

∴ التقرير خطأً

$$(2) \quad \text{الحل : } s = 1 + 2 = 3 \Rightarrow s = 1 \Rightarrow 1 \in \mathcal{C} \Rightarrow s \in \mathcal{C}$$

∴ مجموعة الكل = $\{1, 2, 3\}$

∴ التقرير صحيح

$$(3) \quad \text{الحل : } s = 1 + 2 = 3 \Rightarrow s = 1 \Rightarrow 1 \in \mathcal{C} \Rightarrow s \in \mathcal{C}$$

∴ مجموعة الكل = Φ ∴ التقرير صحيح

$$(4) \quad \text{الحل : } s = 1 + 2 = 3 \Rightarrow s = 1 \Rightarrow 1 \in \mathcal{C} \Rightarrow s \in \mathcal{C}$$

∴ $s = 1 + 2 = 3$ مهابئاً كانت قيمة s

∴ التقرير خطأً

تَهارين [1:4]

1. آتبع تهرت جمل مفتومة تحتوي على تغير واحد، وهرت جمل
تتوي متغيريه ثم استبرك المتغير في كل جملة يقيم ثابتة بعضها جمل
الجملة تقريراً صائباً والمعبه الآخر يجعلها تقريراً خاطئاً.

2. أوجد مجموعة الخت لعل s الجمل المفتومة التالية:

(i) $s > 4$ s عدد طبيعي

(ii) $s^2 - 3s - 4 = 0$ s عدد صحيح

(iii) $s^2 - 3s - 4 = 0$ s عدد طبيعي

(iv) $s^2 + 2 = 0$ s عدد حقيقي.

(v) s مضلع رباعي طول قطراه متساويان s \exists مجموعة المضلعات الرباعية.

(vi) s كلية تتبع جامعة. s إحدى كليات جامعة
عنه خمس.

(vii) $\{s, v, e\}$: $s + v + e = 3$ ، $s, v, e \in \mathbb{N}$ $\{s, v, e\}$

3. ادرس تكافؤ كل s أزواج الجمل المفتومة التالية:

(i) s عنصر ينتمي لمجموعة $\{0, 1, 2, 3\}$

$s > 4$ حيث $s \in \mathbb{N}$.

(ii) $s = 3$

$s^2 - 9 = 0$ حيث $s \in \mathbb{N}$

(iii) $2s^2 - 7s + 6 = 0$ $s \in \mathbb{N}$

$3s^2 - 7s + 2 = 0$ $s \in \mathbb{N}$

(iv) قُطرا المضلع الرباعي (s) متساويان s في الشكل ونصف كل

منها الآخر

s المضلع الرباعي (s) زواياه قوائم

حيث $s \in \mathbb{N}$ مجموعة المضلعات الرباعية.

(v) قُطرا المضلع الرباعي (s) متساويان s في الطول ومتعامدان

s المضلع الرباعي (s) مضلع منتظم.

حيث $s \in \mathbb{N}$ مجموعة المضلعات الرباعية.

(vi) $s^2 - s - 6 = 0$ $s \in \mathbb{N}$

4 من 2 = 9 : من 3 ط

4. عبرة كل من التقارير التالية باستند إلى الرموز المنطقية :

- (أ) كل عدد طبيعي هو عدد صحيح .
- (ب) بعض الأعداد الفردية تكون أولية .
- (ج) يوجد عدد زوجي من حيث من عدد أولي .
- (د) يوجد عدد صحيح يكون زوجيا وأوليا .
- (هـ) هناك دوال متصلة عند نقطة وغير قابلة للتفاضل عند نفس النقطة .

(أ) نبرا \sim لرا وجود عندما $1 > 1$

(ب) يوجد من حيث من = نبرا $\frac{1}{n}$

5. ضع السور المناسب لتكمل على تقرير هراب لكل مما يأتي :

(أ) $(1 + s)^2 = s^2 + 2s + 1$

(ب) $s = \sqrt{2s}$

(ج) $s = \sqrt{2s}$

(د) $s = 6$

(هـ) $s^2 + 2s \leq 0$

(و) $|s + 1| \geq |s| + 1$

(ز) $|s + 1| = |s| + 1$

6. لتليه م (س) : من مضلع منتظم

أ (س) : من مضلع أمال أضرعه متساوية

ب (س) : من مضلع قياسات زواياه متساوية

ج (س) : من مضلع مجموع قياسات زواياه 360

عبرة كل من التقارير التالية لتفيا ثم بيده فئة الصوره لرا :

(أ) A س : م (س) ← ب (س)

(ب) A س : م (س) ← د (س)

(ج) A س : م (س) ← ب (س) هـ (س)

(د) E س : ب (س) ← م (س)

- (v) $\exists s : s \rightarrow m(s) \leftarrow m(s)$
 (vi) $\forall s : s \rightarrow m(s) \leftarrow s(s)$
 (vii) $\exists s : s \rightarrow m(s) \leftarrow s(s)$

7. عينة القيمة لكل من التقارير التالية علم بأنه مجموعة

التعريف هي ج :

- (i) $\forall s : s \rightarrow s^2 \leq 0$
 (ii) $\forall s : s \rightarrow s^2 \leq 0 \rightarrow 5 > 2$
 (iii) $\forall s : s \rightarrow s^2 > 0 \rightarrow 5 > 2$
 (iv) $\exists s : (s^2 - 2 = 0 \rightarrow s^2 = 4)$
 (v) $\exists s : (s \text{ مثلث قائم الزاوية} \rightarrow s \text{ مثلث متساوي الساقين})$
 (vi) $1 < 2 \rightarrow \exists s : s > 3$
 (vii) $\exists s : s + 1 < s^2$
 (viii) $\forall s : s + 1 < s^2$
 (ix) $\forall s : s = \frac{4-s^2}{2-s} + 2$
 (x) $\exists s : s = \frac{4-s^2}{2-s} + 2$
 (xi) $\forall s : s = \frac{4-s^2}{2-s} + 2 \rightarrow 3 \text{ عدد أولي}$

8. آتب التقارير التالية بصورة منطقية ثم عينة القيمة الصادرة لكل منها :

- (i) جميع المثلثات المتشابهة متطابقة .
 (ii) بعض المثلثات المتشابهة متطابقة .
 (iii) كل المثلثات المتطابقة متشابهة .
 (iv) إذا كانت كل المثلثات المتساوية الأضلاع زاوية التقعر
 يوصف بعض المثلثات زاوية التقعر ليست مثلثات متساوية الأضلاع .
 (v) الرالة د زوجية إذا ونقط إذا كان لكل s ، $s \rightarrow s$ بال د
 يكون $d(s) = d(s)$.

[٤:٤] المسوّرات المركبة Complicated Quantifiers

يقتر السوريه \forall, \exists معا عادة في بعض التعبيرات الرياضية مثل :

• لكل s ولكل m يكون $(s+m)^2 = s^2 + 2sm + m^2$
ونفرضه رمزيا بالصورة:

$$\forall s \forall m : (s+m)^2 = s^2 + 2sm + m^2$$

• لكل s يوجد m بحيث $3 = s^2$
ونفرضه رمزيا بالصورة:

$$\forall s \exists m : 3 = s^2$$

• يوجد s بحيث لكل m يكون $s = m^2$
ونفرضه رمزيا بالصورة:

$$\exists s \forall m : s = m^2$$

• يوجد s و يوجد m بحيث $s+m=6$ و $s-m=8$
ونفرضه رمزيا بالصورة:

$$\exists s \exists m : (s+m=6 \wedge s-m=8)$$

: السوريه \forall, \exists يفترانه معا ياخذ الصور الأربع التالية:

$$\forall s \forall m : m(s+m)$$

$$\forall s \exists m : m(s+m)$$

$$\exists s \forall m : m(s+m)$$

$$\exists s \exists m : m(s+m)$$

وتنبره قيمة الصيغة لكل من هذه الصور بناء على تحديد مجموعة التوزيع لكل من s و m ، والتعريف التالية .

● تحديد قيم الصق للمسوّرات المركبة

تعريف (١) | التفسير " $\forall s \forall m : m(s+m)$ " يكون مابنا إذا وثق

إذا كان كل تقويمية u من S ، من تقويمية u ، u حيث
 u مجموعة تقويمية من S ، u مجموعة تقويمية من S ،
 التقرّر $M(u, u)$ صائباً.

مثال: قيمة الصرف للتقري "لا من لا من : من + من ≤ من"
إذا كانت مجموعة التوزيعية لـ من من من :
أولاً: {1, 0} ثانياً: {1, 0, 1}

1	0	$\begin{matrix} \text{ص} \\ \text{س} \end{matrix}$
$1 \leq 1 = 1 + 0$	$0 \leq 0 = 0 + 0$	0
$1 \leq 2 = 1 + 1$	$0 \leq 1 = 0 + 1$	1

الحل : أولا : من الجدول التالي
نرى ما أنه : كل تقويمية من
، من فصل منه تقريرها

∴ التقرير "A" من A : من A + من "مهاجرات".

ثانياً : عند التقوية مع $s = 1$ ، ومع $s = 1$ يصبح التقوى $-1 + 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1$ وهو تقوى خاطئ
 ∴ التقوى " $s \leq s + s$ " خطأ.

تخريف (2) التقرير : ٣ (س ، ص) يكونه مما بنا
إذا وثق إذا كان كل تعويده س ب له و مجموعة
لنوعيه س - يحمل التقرير
٣ (س ، ص) : ٣ (س ، ص) مما بنا

• مثال: قيمة العدد التقريبي "3.5" هي $3 + 0.5 = 3.5$.
إذا كانت مجموعة التوزيع $\{0, 1, 2, 3\}$.

وہی تقریر صائب عزمہ میں = 3	3 = 0 + میں : 3	← 0 = میں : الحل
وہی تقریر صائب عزمہ میں = 2	3 = 1 + میں : 3	← 1 = میں
وہی تقریر صائب عزمہ میں = 1	3 = 2 + میں : 3	← 2 = میں
وہی تقریر صائب عزمہ میں = 0	3 = 3 + میں : 3	← 3 = میں

∴ $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ يكون التقرير :

$\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: له $\Lambda = 3$ مائياً
 ∴ التقرير $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda = 3$ " مائياً .

تعريف (3) | التقرير $\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ يكون مائياً إذا
 ونقط إذا ومرتقويه واحد على الأقل عنه Λ - م
 جعل التقرير " $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ مائياً " .

مثال : عليه قيمة الصمد للتقرير " $\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ " $\Lambda = 3$
 إذا كانت مجموعة التوقييه لكل $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$:
 أول : $\{0, 1, 2, 3\}$ ثانياً : $\{0, 1, 2, 3\}$.

الحل : أول : عندما $\Lambda = 1$ يكون لدينا التقرير
 $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda = 1$ م

ومما يئ $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$

∴ التقرير " $\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ " مائياً .

ثانياً : عندما $\Lambda = 2$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda = 2$ م خطأ

عندما $\Lambda = 3$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda = 3$ م خطأ

∴ لا يوجد أي توقييه عنه Λ جعل التقرير

" $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda = 4$ م " $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ مائياً .

∴ التقرير " $\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ " فاضل .

تعريف (4) | التقرير $\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ يكون مائياً إذا

ونقط إذا ومرتقويه واحد على الأقل عنه Λ - م

وتوقييه واحد على الأقل عنه Λ - م - جعل

التقرير " $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ مائياً " .

مثال : عليه قيمة الصمد للتقرير $\Gamma \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$: $\Lambda = 3$ م

علماً بأنه مجموعة التوقييه $\Lambda \in \{0, 1, 2, 3\}$ م ح .

الحل : عندما $s = 5$ $= 3$ شهر يبيع التقرير

صہابؑا 3-3 = 3-3

∴ التفرير " [س [ص : ص = ص - ص " مما يأتينا .

• مثال : أثبت أنه المتكرر :

$$E \cap A_m : I(m, m) \rightarrow A_m E \cap I(m, m) : J(m, m)$$

مہا بھ دھرمیا (عقیدہ ماہل)۔

الحل : لكي نثبت صحة هذا التقرير يمكننا فقط أنه نثبت أنه :

اذا كان $E = A : \mathbb{R}^n$ جابجا فانه

اسم: (س) (س) (س) "میرا بیٹا"

والسبب في هذا الالتماس، أنه التقرير المعلن هو بالضرورة

في الامتقالات الأخرى مهما كانت قيمة الصفر المركبة .

- تقریباً : E من A س : م (س، ص) حمراب

۱۰. یوجبه تعویضه عنه حل - ب شرط - ب جعل : ۴/۳۵ : ۵ (س ۷۷) صراحتاً

∴ $A \cap B = B$: (مساوی) : (دستور)

⇒ $A \cap E \neq \emptyset$: m (م) من (m, n) ہوا یا۔

$$\therefore E_{\text{cm}} A_m : J(m, \infty) \rightarrow A_m E_m : J(m, \infty)$$

صہابتِ نذقیہ (تحقیق جامعہ) .

• مثال : أثبت أنه المتحرك :

$A_n : I(n) \rightarrow E_{n-1}(M)$: $\text{نقطة } n$ به نقطه $n-1$

الحل: نفرض أنه التقدير ٤٧ : ٣ (س) صائب

∴ مجموعة الخلل له = مجموعة التوزيع $\neq \phi$

٥. التقرى ٣٥ : ٣ (س) مما يفت

$\therefore \Delta m : m (s) \leftarrow [E m : m (s), m m : m (s)]$

• مثال : هل التقرير :

٨٣ : [٣١ (س) ٧ (س)] ← [٨٣ : ٣١ (س) ٨ (س)]
مما تبين منطقياً ؟

الحل : ١	٢	٣	٤	٥
٨٣ : ٣١ (س)	٨٣ : ٣١ (س)	٨٣ : ٣١ (س)	٨٣ : ٣١ (س)	←
ص	ص		ص	ص
ص	ع		ص	ص
ع	ص		ص	ص
ع	ع	ص أو ع	ع	؟ ؟

من المبرر أن نرى :

١- العمود الرابع - وهو عمود التوالى لأداة الربط - "مما تبين منطقياً"
حالاته وبالتالى لتسليحها إلى تحديد متى الصيغة المناظرة
لها في العمود الثاني - وهو عمود المقدمات لأداة الربط - "لأنه
لأنه مما كانت يتم الصيغة في هذه الحالات بناءً على التقرير ٨ - ب

مما تبين :

لذا كانه اتفق على جواب أو خطأ التقرير المنطقي من صلاحي الحالة

الرابعة للعمود الثاني وفيما تبين أنه :

المقدمة : ص أو ع والتالى ع

وهي أنه { ص ، ص } ← { ع } غير صحيح منطقياً

من التقرير :

٨٣ : [٣١ (س) ٧ (س)] ← [٨٣ : ٣١ (س) ٨ (س)]

غير مما تبين منطقياً (غير صحيح منطقياً)

[5:4] نفي التقارير المسوّرة

تأمل أزواج التقارير التالية :

- كل المهرب يذاكروه ، بعضه المهرب لا يذاكروه
- بعضه الأعداد زوجية ، كل الأعداد ليست زوجية
- [3 3 3 : 1 = 1 - 1 ، 7 3 3 : 1 = 1 - 1
- جميع الدول العربية لا تقع في قارة أفريقيا ،
- بعضه الدول العربية تقع في قارة أفريقيا .

وبالتأمل في كل زوج من أزواج هذه التقارير نجد أنه كما أنه
التقريرية هو نفي للتقرير الآخر .

وبمقارنة كل تقرير مع نفسه نلاحظ أنه ،
عند نفي التقرير المسور فإننا نستبدل السور الكلي (٧) بالسور
الجزئي (3) والعكس ثم نقوم بنفي الجملة التالية لهذا السور
وهذا ما سنجده في النظرية التالية :

نظرية

1. ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)]		١. ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)]
2. ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)]		2. ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)]

البراهين : 1. نقرمه أنه ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)] صوابا

⇔ ٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧) خطأ
⇔ يوجد تعويضي عنه من ٧ شئ يجعل ٧ (٧) خطأ
⇔ يوجد تعويضي عنه من ٧ يجعل ~ ٧ (٧) صوابا
⇔ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)] صوابا

∴ ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)] خطأ

2. ~ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)] صوابا

⇔ [٧ ٧ ٧ : ٧ = ٧ (٧) : ٧ (٧)] خطأ

\Leftrightarrow أي تعويضه عنه س ب م يعمل (13) خطأ

\Leftrightarrow أي تعويضه عنه س ب م يعمل (14) صواب

\Leftrightarrow A س : م (س) م (س) صواب

س ~ [E م (س) \equiv A س : م (س)]

نتيجة | 1. A س : م (س) \equiv [E س : م (س)]
2. E س : م (س) \equiv [A س : م (س)]

- بتطبيق القاعدة ~ (م) = م على التفرقة السابقة
مفصل مباشرة على هذه النتيجة ،

مثال : انظر التمارين التالية :

- (1) A س ع : س ≤ 0
- (2) A س E م : س + م = 3
- (3) يوم عربي حقيقي ≤ 0 : ≤ 0 ب أو 1 ب
- (4) لكل عدد حقيقي يتقوس من 0
- (5) A س A م E ع : س = م = ع

الحل :

- (1) ~ [A س ع : س ≤ 0]
 \Leftrightarrow E س ع : س ≤ 0
 \Leftrightarrow E س ع : س ≥ 0
- (2) ~ [A س E م : س + م = 3]
 \Leftrightarrow E س : ~ [E م : س + م = 3]
 \Leftrightarrow E س A م : س + م $\neq 3$
- (3) التقرير بالصورة E [E س : (د) < 0] (د) < 0
: ~ [E [E س : (د) < 0] (د) < 0]
 \Leftrightarrow A س : ~ [E س : (د) < 0] (د) < 0
 \Leftrightarrow A س : ~ [E س : (د) < 0] (د) < 0

$$\Leftrightarrow A \vee A : \sim (A < B) \sim (A < B)$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : (A \geq B) \vee (A \geq B)$$

(4) المقترن « لكل عدد حقيقي مقلوب مربي »

نبرهنه زمريا بالصورة:

$$A \vee A : (A \geq B) \rightarrow [A \vee A : A \vee A = 1]$$

ونفيه هو:

$$\sim [A \vee A : (A \geq B) \rightarrow [A \vee A : A \vee A = 1]]$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : \sim (A \geq B) \rightarrow [A \vee A : A \vee A = 1]$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : (A \geq B) \sim (A \geq B) : A \vee A = 1$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : (A \geq B) \vee (A \geq B) : A \vee A \neq 1$$

من آخره عليه المقترن المقترن « لكل عدد حقيقي مقلوب مربي » بالصورة:

$$A \vee A : A \vee A = 1$$

$$\sim [A \vee A : A \vee A = 1]$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : \sim (A \vee A = 1)$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : A \vee A \neq 1$$

عليه المقترن لنفي المقترن بالصيغة:

« يوجد عدد حقيقي ليس له مقلوب مربي »

أو « يوجد العدد الحقيقي ليس لها مقلوب مربي »

$$(5) \sim [A \vee A : A \vee A = 1]$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : \sim [A \vee A : A \vee A = 1]$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : A \vee A = 1$$

$$\Leftrightarrow A \vee A : A \vee A \neq 1$$

مثال : لدينا التعريف التالي للرؤية دالة عند نقطة

"يقال أنه مرئياً (دلس) $=$ ل إذا ونقط إذا كانه :

$\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H}$ يوجد $\mathcal{H} < \mathcal{O}$ بحيث

أولاً : (دلس) - ل $\mathcal{A} < \mathcal{O}$ عندما $\mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H}$

ثانياً : غير محدد هذا التعريف بالرموز المنطقية .

ثالثاً : غير محدد فيه بالرموز المنطقية .

وكل : أولاً : (مرئياً (دلس) $=$ ل \leftrightarrow

($\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$)

ثانياً : التعبير بالصورة $\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B}$

ونفس هذا الترتيب له صيغ متعددة مرئياً :

$\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{B} \leftrightarrow \mathcal{A}$

$\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B}$: $\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B}$: $\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B}$: $\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B} \equiv \mathcal{A} \leftrightarrow \mathcal{B}$: $\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

$\mathcal{A} < \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{O} < \mathcal{A} - \mathcal{A} < \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{A} < \mathcal{O}$

• حاوله نفس التعريف السابقه بأساليب أخرى .

تعاريف [2:4]

1 . عبر عنه كل مما يأتي باستخدام الرموز المنطقية :

- (i) لكل s ، s يكون $s + s = s + s$
 (ii) لكل s يوجد s بحيث $s = s$
 (iii) يوجد s بحيث لكل s يكون $s . s = 4$
 (iv) يوجد s ، s بحيث يكون $s = s^3$
 (v) يمكنك ضماغ بعض الناس كل الوقت، وكل الناس بعض الوقت، ولكن لا يمكنك ضماغ كل الناس كل الوقت .

2 . عيّن قيمة الصيغة لكل من التمارين التالية، إذا كانت مجموعة المقوليين $\{0, 1, 2\}$.

- (i) $A \wedge s : s + s = s + s$
 (ii) $A \wedge s : s > s$
 (iii) $E \wedge s : s < s + 1$
 (iv) $E \wedge s : s \geq s$
 (v) $E \wedge s : s + 1 = 2s$
 (vi) $E \wedge s : s = (s = s)$
 (vii) $E \wedge s : s = s$
 (viii) $E \wedge s : \frac{s}{2} = \sqrt{2}$
 (ix) $(A \wedge s : s = 0) \rightarrow (1 < 2)$
 (x) $(A \wedge s : s = 0) \rightarrow (2 < 1)$
 (xi) $A \wedge s : s = s + s$

3 . أفسر السؤال السابق، إذا كانت مجموعة المقوليين هي $\{0, 1, 2\}$.

4 . عيّن قيمة الصيغة لكل مما يأتي باعتبار مجموعة المقوليين هي مجموعة الثمار الحقيقية .

- 5 . لتكن m (س) : من $0 \leq m \leq 10$ و n (س) : من $0 < n$
- ومجموعة التوليف لهما m, n - غير قيمة المصفوفة لكل مما يأتي :
- (i) $A \text{ من } m$: (س)
 - (ii) $E \text{ من } A \text{ من } m$: (س)
 - (iii) $(A \text{ من } E \text{ من } m) \rightarrow (E \text{ من } m) : (س)$
 - (iv) $(E \text{ من } A \text{ من } m) \rightarrow (A \text{ من } E \text{ من } m) : (س)$

- (i) $A \text{ من } m$: (س)
- (ii) $A \text{ من } m$: (س)
- (iii) $A \text{ من } m$: (س)
- (iv) $A \text{ من } m$: (س)
- (v) $A \text{ من } m$: (س)
- (vi) $A \text{ من } m$: (س)
- (vii) $A \text{ من } m$: (س)
- (viii) $A \text{ من } m$: (س)
- (ix) $A \text{ من } m$: (س)
- (x) $A \text{ من } m$: (س)
- (xi) $A \text{ من } m$: (س)
- (xii) $A \text{ من } m$: (س)
- (xiii) $A \text{ من } m$: (س)
- (xiv) $A \text{ من } m$: (س)
- (xv) $A \text{ من } m$: (س)
- (xvi) $A \text{ من } m$: (س)
- (xvii) $A \text{ من } m$: (س)
- (xviii) $A \text{ من } m$: (س)
- (xix) $A \text{ من } m$: (س)
- (xx) $A \text{ من } m$: (س)

- 6 . أوجد نفس السؤال السابق إذا كانت
- m (س) : من $0 < m$ و n (س) : من $0 < n$
- 7 . استند إلى السؤال في نفس كل من التقارير التالية - وبذلك ما إذا كان التقرير أم نفيه هو الصواب .
- (i) كل متطيل هو متوازي أو متوازي
 - (ii) كل متوازي أو متطيل هو متطيل
 - (iii) بعض المثلثات المتطابقة متشابهة .
 - (iv) جميع المثلثات المتطابقة متشابهة .
 - (v) بعض المعادلات لها حل .
 - (vi) إذا كان المثلث متساوي الساقين فإنه يكون متساوي الأضلاع .
 - (vii) توجد أعداد نسبية محصورة بين 1 و 0
 - (viii) يوجد لكل إنسان على الأقل إنسان آخر .
 - (ix) $A \text{ من } m$: (س)

(ii) الرتبة دكتورية أحادية (One to one Cor.) إذا ونقط

إذا كانه لكل S ولكل S :

إذا كانت $(S) = (D(S))$ فإنه $S = S$

(iii) الرتبة دكتورية فوقية (onto) إذا ونقط إذا كانه :

لكل S في المجال المقابل يوجد S في المجال بحيث

$(S) = S$

(iv) الرتبة دكتورية محدودة إذا ونقط إذا وجد عدد k

بحيث لكل S يتكون (S) من k عناصر

(v) يقال أنه هو التماثل للعلاقة \sim على الفئة S إذا

كانه لكل S في S يتكون $S \sim S = S$ من S عناصر

(vi) نرى $(S) = S$ إذا كانه لكل S و $0 < S$ يوجد عدد

معيّن m بحيث $(S) = S$ - S و لكل $S < m$.

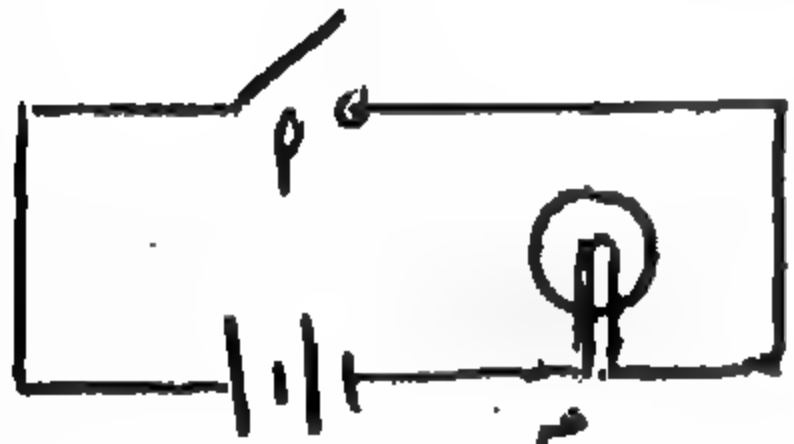
[1:5] المنطق والدوائر
التربيعية
[2:5] المنطق والجبر البولي
[3:5] المنطق والكمبيوتر.

الفصل 5

التطبيقات العلمية للمنطق

[1:5] المنطق والدوائر الكهربائية

[٢] تتكون الدائرة التربيعية البسيطة عادة من مصدر للطاقة (بطارية مثلا) ، ومفتاح (لمبة مثلا) ، ومفتاح (٢) ثنائي الحالة (يعني أنه إما مغلق on أو مفتوح off) كما في شكل (1)

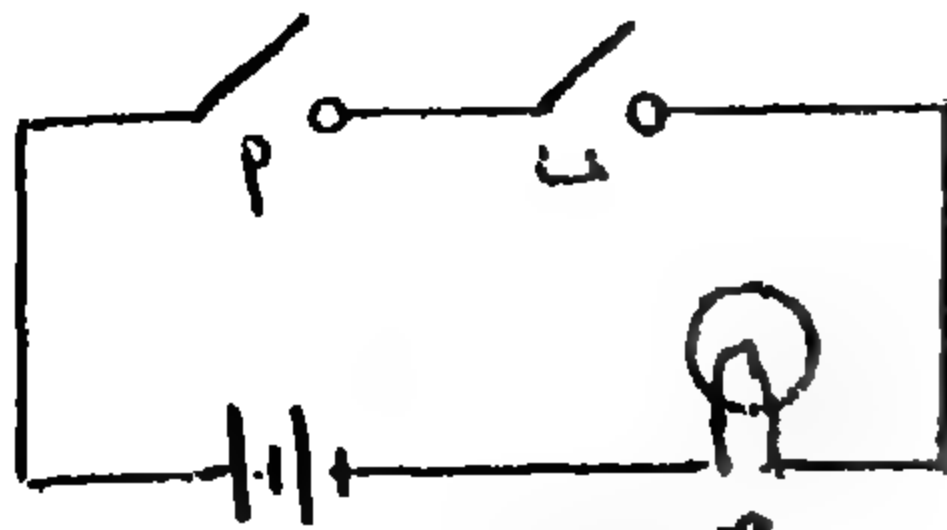


شكل (1)

فإذا رمزنا لمفتاح (٢) عندما يكون مغلقا on - أي عندما يسري التيار في الدائرة التربيعية - بالرمز الثنائي "1" ، ورمزنا لمفتاح (٢) عندما يكون غير مغلقا off - أي عندما لا يسري

التيار في الدائرة الكهربائية - بالرمز الثنائي "0" فإننا نترأه:
اللمبة تضيء إذا كانت $1 = 1$ ، وإذا لم تضيء إذا كانت $0 = 1$.
بمعنى ذلك أنه قيمة المخرج للدائرة التربيعية السابقة تناظر منطقيا قيمة المدخل للتقريب حيث:
 1 يتناظر مع 0 ، 0 يتناظر مع 1

[ب] إذا أضفنا دائرة كهربائية بها مفتاحين ثنائيي ٢، ١ موصليهما على التوالي كما في شكل (2) فإننا نلاحظ أنه:



شكل (2)

اللمبة سوف تضيء فقط عندما يكون كل من المفتاحين 'ب' و 'پ' مغلقاً.
أي عندما $1 = ب$ و $1 = پ$ فإنه لللمبة تضيء.
ويمثل خرج الدائرة الكهربائية في هذه الحالة رقمياً بالرمز "1".

أما في الحالات الثلاث الأخرى $ب = 1$ و $پ = 0$ ، $ب = 0$ و $پ = 1$ ، $ب = 0$ و $پ = 0$ فإن اللمبة لا تضيء. ويمثل خرج الدائرة الكهربائية في كل من هذه الحالات الثلاث الأخرى بالرمز "0".

ويجيب الجدول المقابل التوابع المنطقية للمفتاحين 'ب' و 'پ' مع بيان معنى الخرج في كل حالة.

خروج الخرج	ب	پ
1	1	1
0	0	1
0	1	0
0	0	0

وإذا لاحظنا أنه المفتاحين 'ب' و 'پ' يمثلان منطقياً تقريرين ب، وأنه الرمز (1) يمثل صواب التقرير، والرمز (0) يمثل خطأ التقرير فإنه الجدول السابق يتفق تماماً مع جدول الصواب للتقريرين 'ب' و 'پ'.

معنى ذلك أنه الدائرة الكهربائية التي تسمى بمفتاحين 'ب' و 'پ' متطابقة على التوالي تعمل بطريقة تتفق مع أداة الوصل "AND" لذا تسمى هذه الدائرة بدائرة "الوصل (المنطقية)" ويرمز لها منطقياً بالرمز "ب.پ".

من الجدول السابق يمكننا كتابة العبارات التالية:

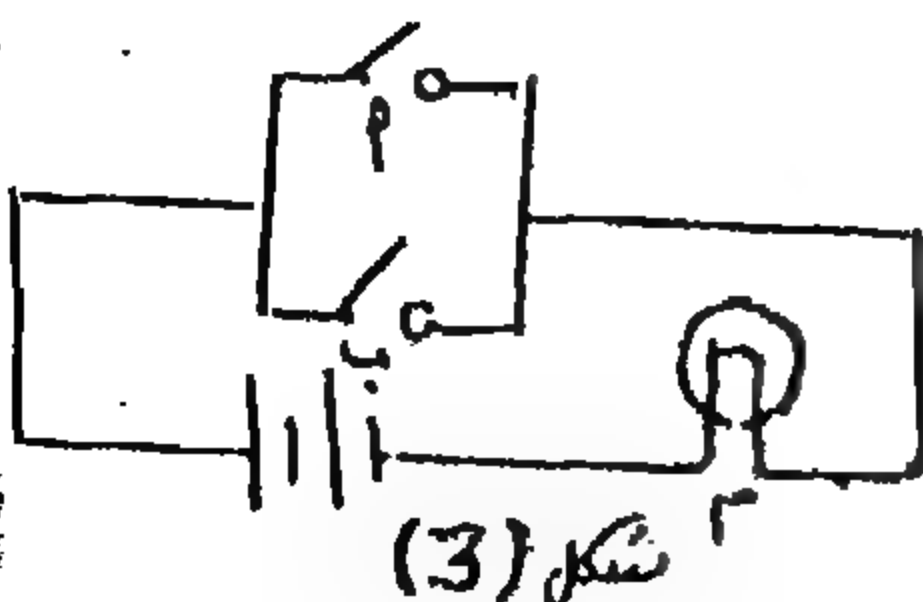
$$1 = 1 \wedge 1 \quad , \quad 0 = 0 \wedge 1 \quad , \quad 0 = 1 \wedge 0 \quad , \quad 0 = 0 \wedge 0$$

[هـ] إذا أخذنا دائرة كهربائية لمفتاحين 'ب' و 'پ' متطابقتين

ب.پ موصليهما على التوازي كما في شكل (3)

فإننا نلاحظ:

اللمبة سوف تضيء إذا كان



شكل (3)

المفتاح P مغلقاً أو المفتاح P متعلقاً أو P مفتوحاً معاً .
وبأسلوب آخر نقول أنه :

اللمبة لا تنضي عندما يكون كل من المفتاحين P و P مفتوحاً .

- وباستخدام التمثيل الرقمي لوصف المفتاحين P و P تكون التوابيع

هتء المزج	P	P
1	1	1
1	0	1
1	1	0
0	0	0

اللمبة لمفتاحين P و P مع

ببانه هتء المزج في كل حالة

كما هو موضح في الجدول المقابل .

- ولما أشرنا سابقاً إذا اخترنا أنه

المفتاحين P و P بمثابة تقريبيه

ببانه الجدول المقابل تنفعه تماماً مع

جدول الصيغة للتقريب P و P

لذا نسمي الدائرة السابقة بدائرة النصل "أو" "OR" - ويرمز

لها نطقياً بالرمز P و P .

- معنى ذلك أنه : الدائرة الكهربائية التي تقوى بمفتاحين ثنائيين بتقليبه على

التوازي تعمل بطريقة تتأخر عن أداة النصل "أو" "OR" .

ومن الجدول تملياً كتابة الصيغ التالية :

$$0 = 0 \vee 0 \quad 1 = 1 \vee 0 \quad 1 = 0 \vee 1 \quad 1 = 1 \vee 1$$

مثال : ارسم الدوائر الكهربائية التي تنفع محلها مع المقارير التالية -

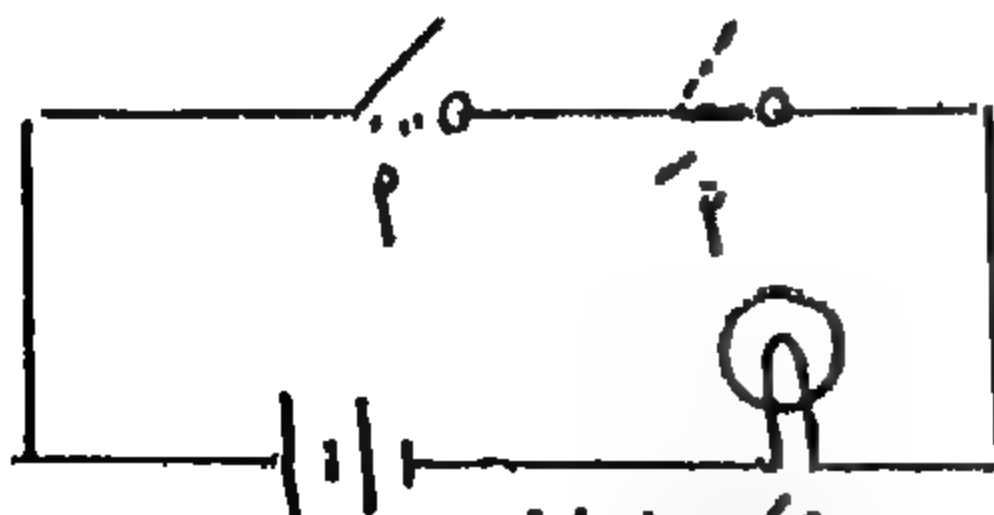
بيننا هتء المزج لكل دائرة :

$$(II) \quad P \sim \vee P$$

$$(I) \quad P \sim \wedge P$$

$$(IV) \quad P \vee (P \wedge P)$$

$$(III) \quad P \wedge (P \vee P)$$



شكل (4)

الحل (أ) شكل (4) هي الدائرة الكهربائية

المقاومة للتقريب $P \sim \wedge P$

وهي تنضم بمفتاحين P و P بتقليبه

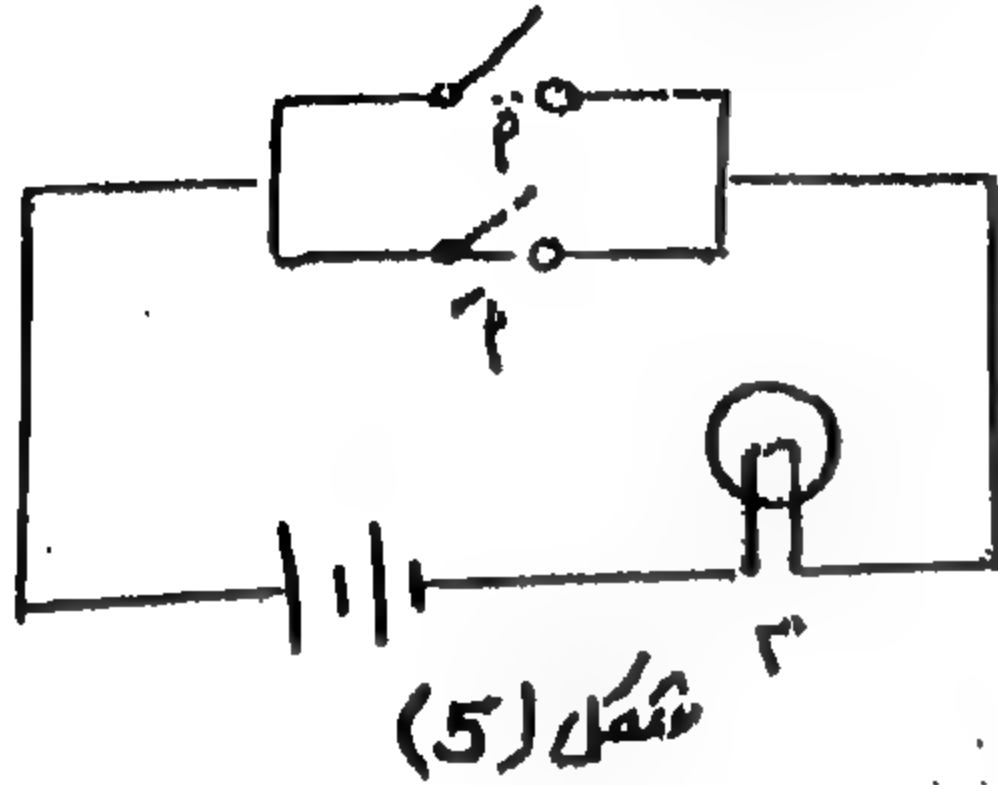
على التوالي ولصورة بطريقة متبادلة

بينما بينهما أي أنه $P \sim P$ هيكل $P \sim P$

وفي هذه الدائرة نجد أنه

إذا كانت $P=1$ (M مغلقة) فإنه $\bar{P}=0$ (\bar{M} مفتوح) ويكون $0=0 \wedge 1=1$
 وإذا كانت $P=0$ (M مفتوح) فإنه $\bar{P}=1$ (\bar{M} مغلقة) ويكون $0=1 \wedge 0=0$
 أي أنه النتيجة في كلتا الحالتين $0=0$ (الجملة تقي في الحالتين).

وهذا يتفق مع القول المنطقي: $P \sim \bar{P}$ خطأ دائماً.



شكل (5)

(أ) الدائرة التربيعية التي تمثل
 القول $P \sim \bar{P}$ كما هو في شكل (5)
 وهي تتفق مع مقادير P و \bar{P} متصلة على
 التوالي ونفسها بطريقة متبادلة.

بما ينشأ - أي \bar{P} مثل P

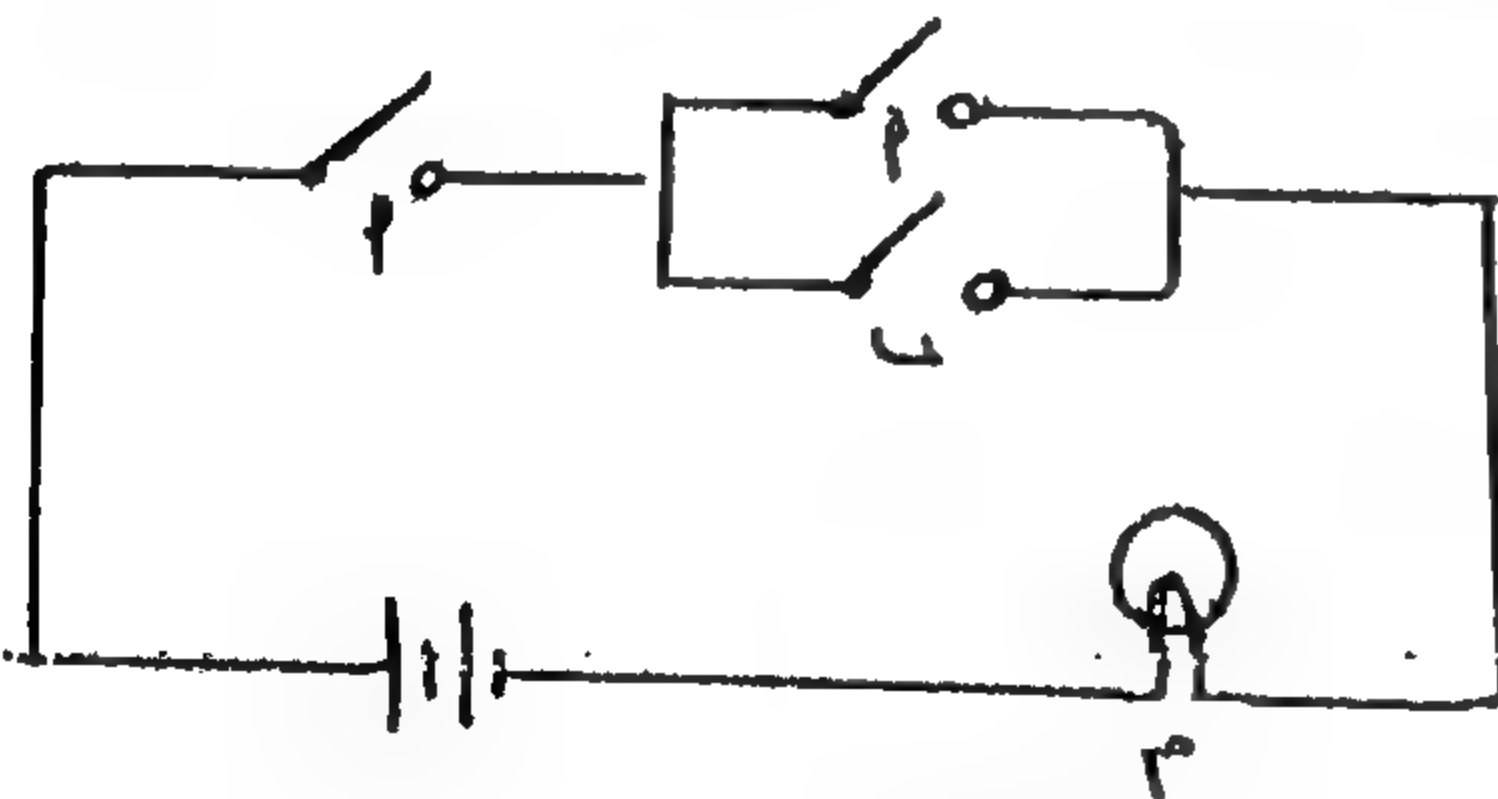
ونرى في هذه الدائرة أنه الجملة تقي دائماً لأنه

إذا كانت $P=1$ فإنه $\bar{P}=0$ ويكون $1=0 \wedge 1=1$

وإذا كانت $P=0$ فإنه $\bar{P}=1$ ويكون $0=1 \wedge 0=0$

أي أنه النتيجة في كلتا الحالتين $1=1$ (الجملة تقي في الحالتين).

وهذا يتفق مع القول المنطقي: $P \sim \bar{P}$ صواب دائماً.



شكل (6)

(أ) شكل (6) يمثل الدائرة

التربيعية للقول

$P \wedge \bar{P}$ (576)

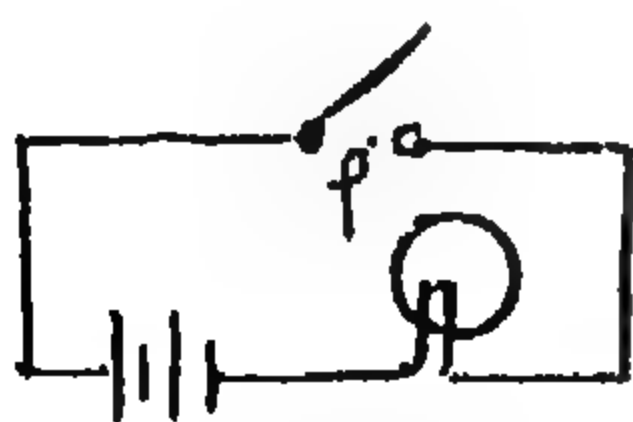
ونرى في هذه الدائرة

أنه الجملة تقي فقط

إذا كانت المقادير P مغلقة ($1=1$)

نفسه الفرضية كونه المقادير

مغلقة أو مفتوح.

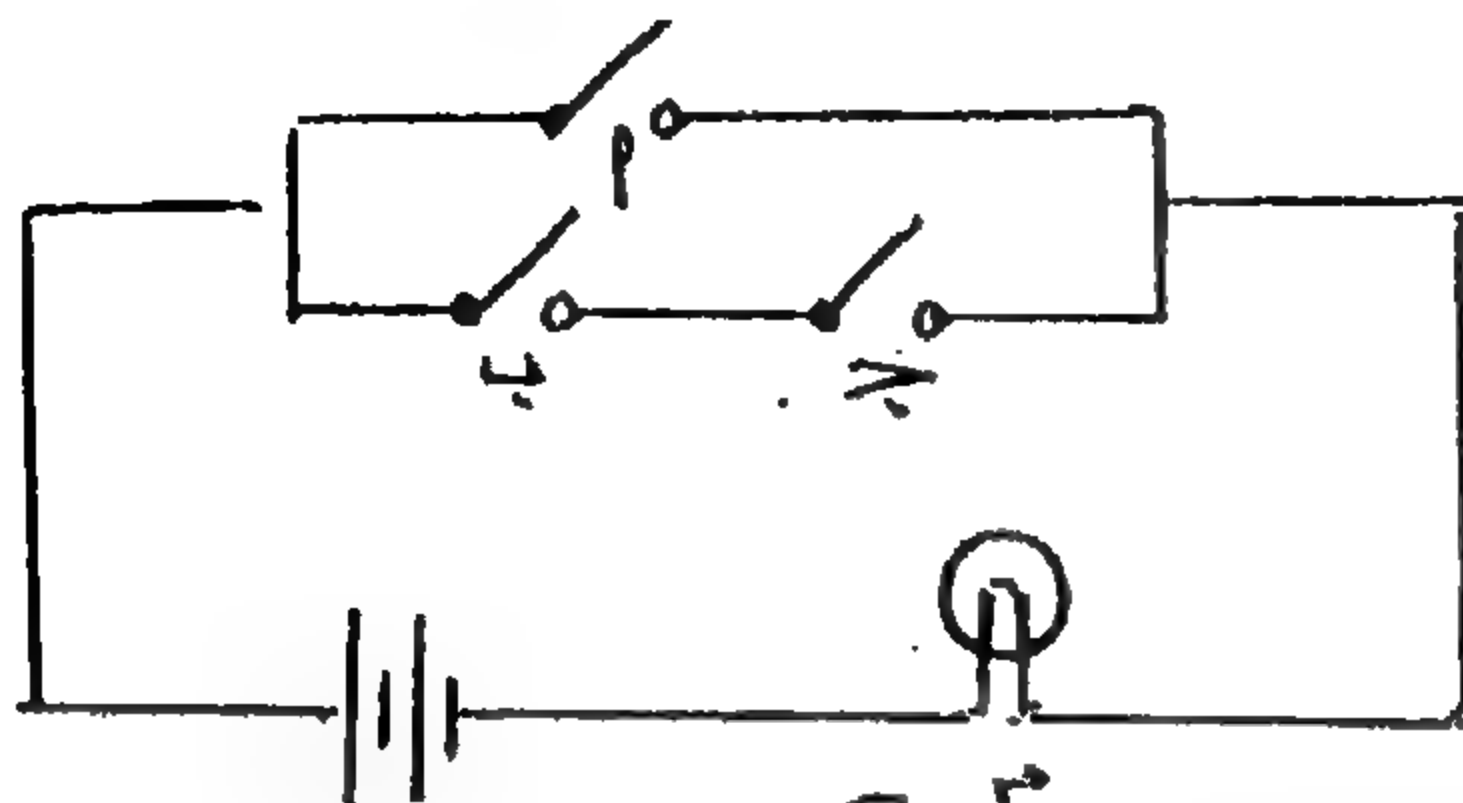


شكل (7)

بما ينشأ أنه مثل هذه الدائرة تتفق مع مثل

والدائرة بدياً المقادير P فقط: شكل (7)

وهذا يدل على أن القول بأن الدوائر المتكاملة في شكل (6) وشكل (7) متعاكستين هو أنه الدائرة في شكل (7) هي تبسيط للدائرة في شكل (6) .
 وفي المنطق إذا أخذنا التقريري ٨٢ (٧٢) ٢٤



شكل (8)

(١٧) شكل (8) يبين الدائرة الكهربائية التي تمثل التقرير

(٧٢) ٨٢

ونظراً لأنه هذه الدائرة

تحتوي ثلاثة مفاتيح فإنه عدد

البيانات لتفعيل هذه المفاتيح = 2³

ونلاحظ أنه:

الدالة نقيض في حالتيه

وحالة الأولى عندما يكون المفاتيح ٨

مغلقة - فبعض التقريرين وصفي

المتعاكس ٨ ٤

وحالة الثانية : عندما يكون المفاتيح

٨ ٤ مغلقة معاً - فبعض التقرير

معرض للمفتاح ٨ -

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١	١	١	١	١	١	١	١
١	١	١	٠	٠	٠	٠	٠
١	٠	٠	١	١	١	١	١
١	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٠	١	١	١	١	١	١	١
٠	١	٠	٠	٠	٠	٠	٠
٠	٠	١	٠	٠	٠	٠	٠
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠

السؤال الثاني

هل هناك دوائر كهربائية ذات شكل فاصل لكل من التقارير المنطقية

٨ ٧ ٢ ٤ ٦ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ١٣ ١٤ ١٥ ١٦ ١٧ ١٨ ١٩ ٢٠ ٢١ ٢٢ ٢٣ ٢٤ ٢٥ ٢٦ ٢٧ ٢٨ ٢٩ ٣٠ ٣١ ٣٢ ٣٣ ٣٤ ٣٥ ٣٦ ٣٧ ٣٨ ٣٩ ٤٠ ٤١ ٤٢ ٤٣ ٤٤ ٤٥ ٤٦ ٤٧ ٤٨ ٤٩ ٥٠ ٥١ ٥٢ ٥٣ ٥٤ ٥٥ ٥٦ ٥٧ ٥٨ ٥٩ ٦٠ ٦١ ٦٢ ٦٣ ٦٤ ٦٥ ٦٦ ٦٧ ٦٨ ٦٩ ٧٠ ٧١ ٧٢ ٧٣ ٧٤ ٧٥ ٧٦ ٧٧ ٧٨ ٧٩ ٨٠ ٨١ ٨٢ ٨٣ ٨٤ ٨٥ ٨٦ ٨٧ ٨٨ ٨٩ ٩٠ ٩١ ٩٢ ٩٣ ٩٤ ٩٥ ٩٦ ٩٧ ٩٨ ٩٩ ١٠٠

تقام أنه المفاتيح في الدوائر الكهربائية توصل فيما بينها بطريقة معينة فقط وهما

أما التوصيل على التوالي - وهو ما يمرنا عنه منطقياً بالرمز ٨

أو التوصيل على التوازي - وهو ما يمرنا عنه منطقياً بالرمز ٧

بعض ذلك أنه ، كما نرى رسم دائرة كهربائية تمثل تقريراً ما يجب أن

تكون أدوات الربط المستعملة في كتابة هذا التقرير هي "أ" أو "ب"
 إذا تم عند رسم دوائر كهربائية للتقارير $P \sim V$ ، $P \sim A$ ، $A \sim V$ ،
 يجب أن لا يغتر عن كل منها بصورة أخرى كما في هذه الأخطاء $V \sim A$ ،
 ونحن نلاحظ بسهولة أن مثل هذه الأخطاء

$$P \sim V \equiv (P \sim A) \sim (A \sim V)$$

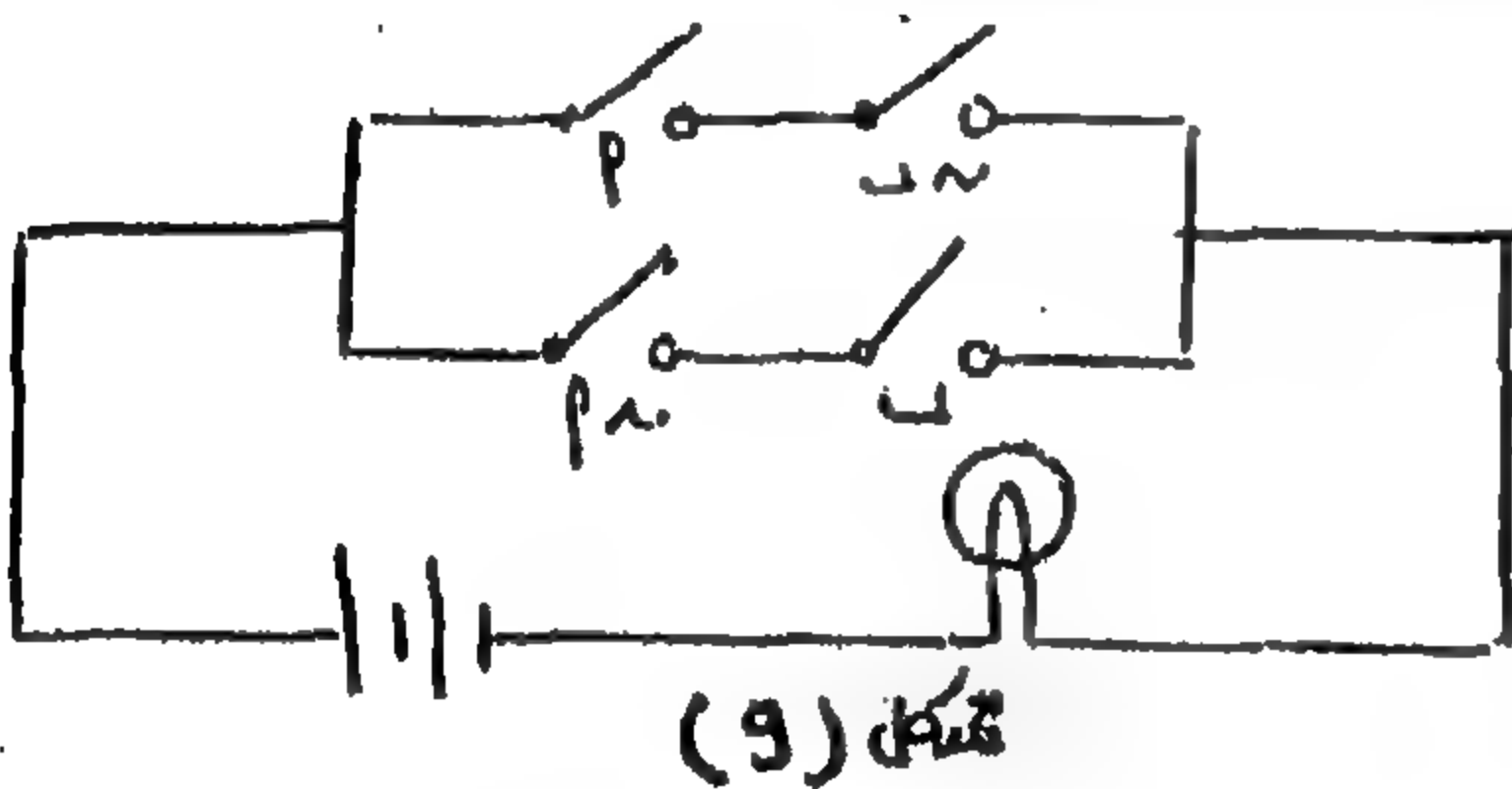
$$P \sim A \equiv P \sim V \sim A$$

$$A \sim V \equiv (A \sim P) \sim (P \sim V)$$

• مثال: إرسم الدوائر الكهربائية التي تمثل التقارير

$$P \sim V \quad A \sim P \quad A \sim V$$

ثم أكتب قيمة الخرج في الدوائر الثلاث عندما $1 = P$ ، $0 = V$



شكل (9)

التي • الدائرة الكهربائية التي

تمثل التقرير $P \sim V$

هي التي تمثل التقرير المكافئ

$$(P \sim A) \sim (A \sim V)$$

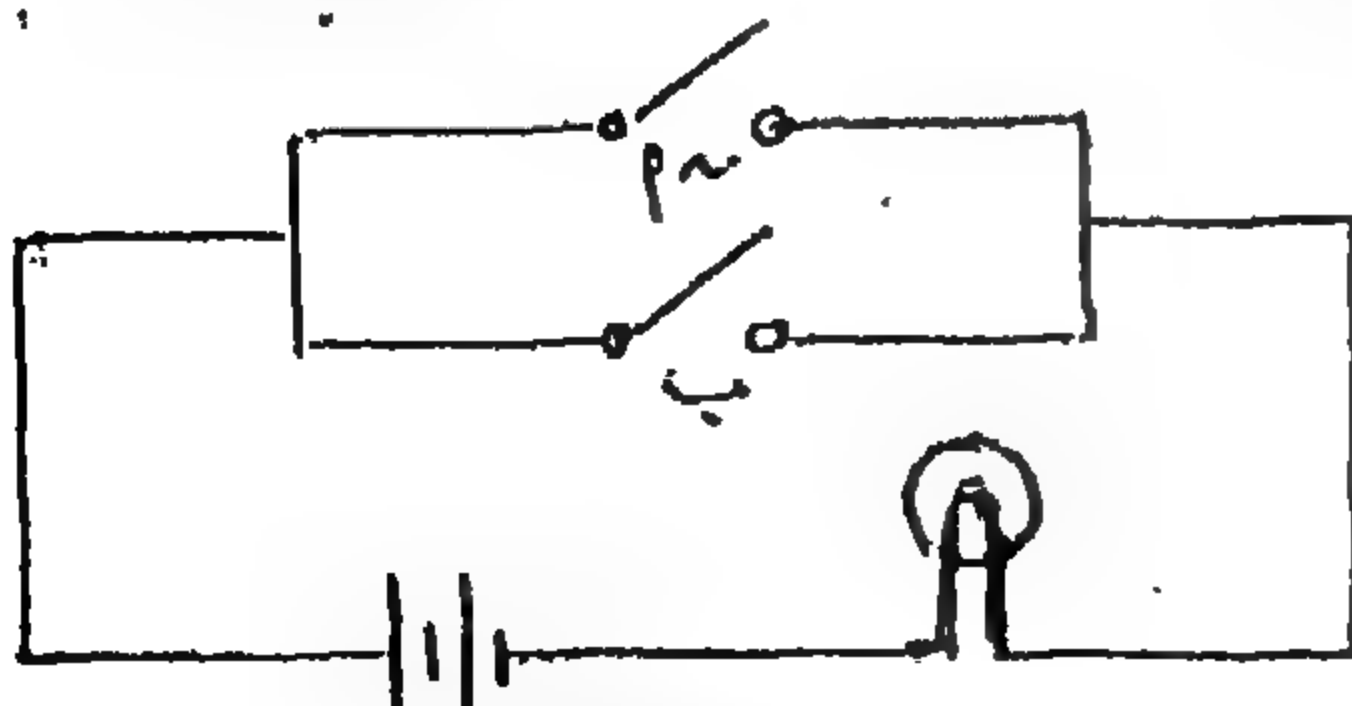
كما في شكل (9)

عندما $1 = P$ ، $0 = V$ فإنه:

$$\text{قيمة الخرج} = (P \sim A) \sim (A \sim V)$$

$$1 = 0 \sim 1 = (0 \sim 0) \sim (1 \sim 1) =$$

يعني ذلك أنه عندما يكون إخراج P (on) وإخراج V (off) فإنه نتيجة لفتح د.



شكل (10)

• الدائرة الكهربائية التي تمثل

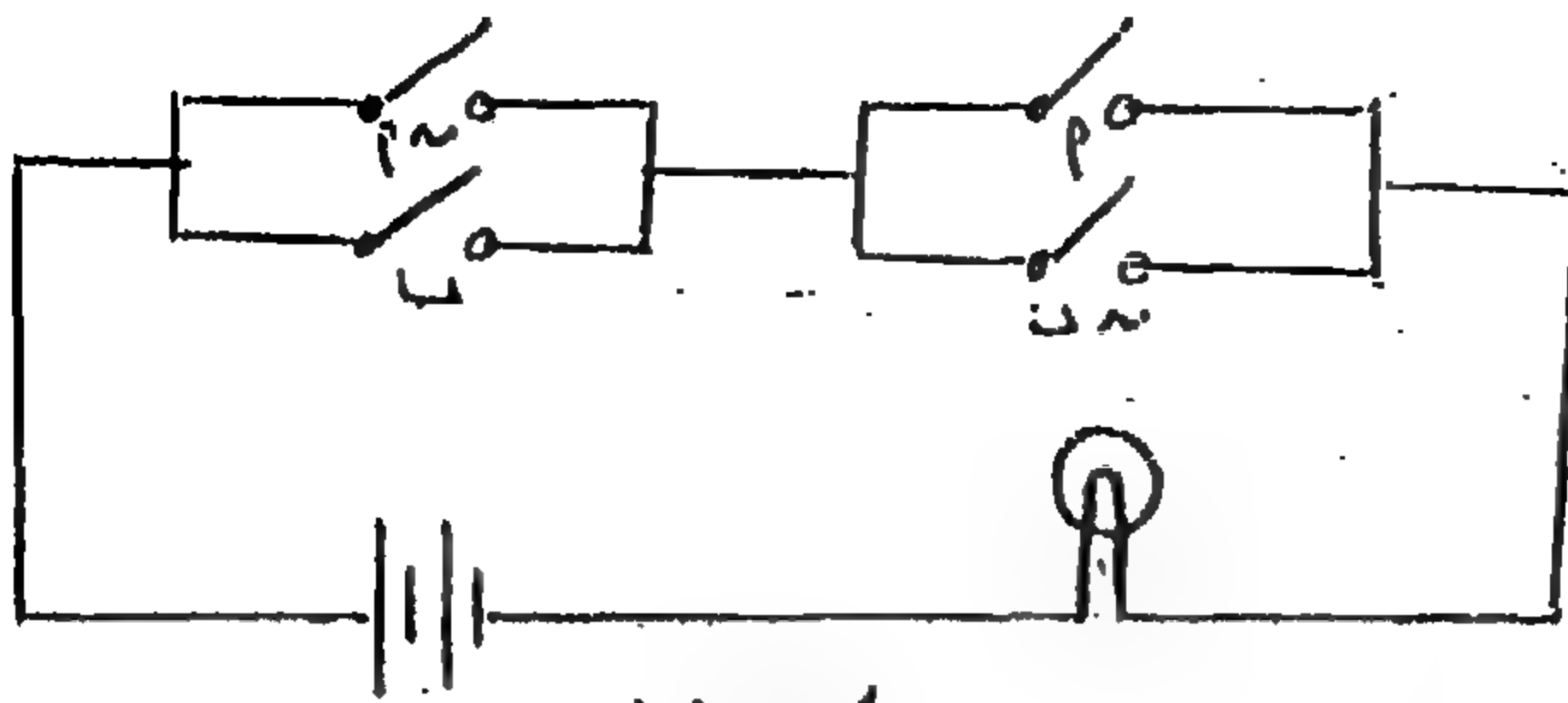
التقرير $P \sim A$ هي التي تمثل

التقرير المكافئ $P \sim V$

وهي كما في شكل (10).

عندما $1 = P$ ، $0 = V$ فإنه:

قيمة الزبح = $47 \wedge 0 = 070 = 0$
أي أنه القيمة لا تقبل.



شكل (11)

● الدائرة الكهربائية
التي تمثل المقدم
م
والدائرة المحملة
للمقدم المكافئ

($47 \wedge 0$) \wedge (070)

كما في شكل (11).

وعندما $0 = 0$ ، $1 = 1$ ، $0 = 0$ ، $1 = 1$

قيمة الزبح = $(47 \wedge 0) \wedge (070)$

$(17 \wedge 1) \wedge (070) =$

$0 = 1 \wedge 0 =$

أي أنه القيمة لا تقبل.

تمارين [1:5]

1. ارسم الدوائر الكهربائية التي يتغذى عليها مع التقارير التالية بينا
صندوق الخرج لكل دائرة :

(i) ~ (ii) (٥٧٢)

(i) ~ (ii) (٥٨٢)

(iii) ~ (iv) (٥٧٢) ٨ ٢

(iii) ~ (iv) (٥٨٢) ٧ ٢

(v) ~ (vi) ٢ ← (٥٨٢)

(v) ~ (vi) (٥٧٢) ٨ (٥٧٢)

2. منزل مكون من شجرة أدوار يراد إنارة سلم هذا المنزل بمصباح واحد.
صمم دائرة كهربائية لإنارة هذا المصباح من أي دور من الأدوار الشجرة

3. لجنة مكونة من شجرة أشخاص يرادهم الاقتراح على قرار ما - وأنه
القرار سيصدر عندما تكون هناك أغلبية موافقة.

صمم دائرة كهربائية يصوت على طريقها الأعضاء بالضغط على مفاتيح في
الدائرة بحيث تعطى صوتاً في حالة حصول القرار على الأغلبية علماً
بأنه كل عضو لديه أنه يصوت على القرار.

4. أعد نفس السؤال السابق إذا كان القرار يصدر بالأغلبية المطلقة.

5. لجنة مكونة من أربعة أشخاص يتصرون على قرار معين - وأنه القرار
سيصدر عندما يكون الجميع موافقون.

صمم دائرة كهربائية يصوت على طريقها الأعضاء بحيث تعطى صوتاً
في حالة موافقة الجميع ولا تقضى في الحالات الأخرى.

6. زمرة فرائشة مكونة من رئيس وشجرة أعضاء، وتقوم هذه الزمرة
بتنفيذ عملياتها في أي من الحالات الآتية :

موافقة الأعضاء الشجرة أو موافقة الرئيس وعضو على الأقل

صمم دائرة كهربائية تعطى صوتاً في الحالات التي يتم فيها الموافقة على

القيام بأحد العمليات.

[2.5] الجبر البولي

Boolean Algebra

[أ] إذا اعتبرنا أنه الرقم الثنائي "1" يشير إلى:
 سرية التيار في الدوائر الكهربائية ، حساب التقرير في المنطق الرياضي ،
 المجموعة المتساوية شبه في جبر المجموعات ،
 وأنه الرقم الثنائي "0" يشير إلى:
 عدم سرية التيار في الدوائر الكهربائية ، خطأ التقرير في المنطق الرياضي ،
 المجموعة الخالية ϕ في جبر المجموعات ،
 ثم فارقنا بينه : عملية الترميل على التوالي (التوازي) في الدوائر
 الكهربائية ، عملية (أداة) الربط \wedge (v) في المنطق
 الرياضي ، عملية التقاطح \cap (الاتحاد \cup) في جبر المجموعات
 سنجد أنه هذه العمليات لها خواص متشابهة .

[ب] أيضا إذا اعتبرنا أنه \bar{A} يرمز لمتغير يعمل بطريقة معاكسة لمتغير
 A في الدوائر الكهربائية ، ويرمز إلى نقي A (أي A^c) في المنطق
 الرياضي ، ويرمز إلى متممة الفئة A في جبر المجموعات ،
 ثم فارقنا بينه : المعاكس في الدوائر الكهربائية (التكافؤ) ، والنقي في
 المنطق الرياضي ، والإكمال في جبر الفئات سنجد أنه لهما خواص
 متشابهة .

• وقد أذهت المفاهيم المسابقة إلى العالم الإنجليزي جورج بول (1813-1864)
 ببناء تركيب رياضي يسمى "الجبر البولي Boolean Algebra"
 - والجبر البولي يعتبر أحد أشكال المنطق الرمزي والذي يسهل كيفية
 عمل الدوائر المنطقية (مثل الدوائر الكهربائية والدوائر الإلكترونية و
 البوابات المنطقية)

- ويبنى الجبر البولي على الأساس التالي :

تلقه \mathbb{P} مجموعة من العناصر (التقارير) $\mathbb{P}, \mathbb{C}, \mathbb{H}, \mathbb{E}, \dots$ بالإضافة
إلى العنصرين $0, 1$ (المرفوع لاولها سابقا).

ويعرف على هذه المجموعة \mathbb{P} العمليات الثمات التالية :

- العملية الثنائية (\times) : وهي تناظر أداة الربط \wedge في المنطق الرياضي
و عملية التماثل \cap في صير المجموعات .

- العملية الثنائية $(+)$: وهي تناظر أداة الربط \vee في المنطق الرياضي
و عملية الاتحاد \cup في صير المجموعات .

- العملية الثنائية $(-)$: وهي تناظر النفي (\neg) في المنطق الرياضي
و الالتمال $\bar{}$ في صير المجموعات .

- الرباعي $(\mathbb{P}, +, \times, -)$ في الجبر البولي يخضع للمساومات أو
التواحيث التالية :

لأشتملة عناصر $\mathbb{P}, \mathbb{C}, \mathbb{H}, \mathbb{E}, 0, 1$:

1 \mathbb{P} قوانين البرغو Idempotent Laws

$$P = P \times P \quad (i) \quad P = P + P \quad (ii)$$

2 \mathbb{P} قوانين التبادل Commutative Laws

$$P \times C = C \times P \quad (i) \quad P + C = C + P \quad (ii)$$

3 \mathbb{P} قوانين الربح Associative Laws

$$(A \times B) \times P = A \times (B \times P) \quad (i)$$

$$(A + B) + P = A + (B + P) \quad (ii)$$

4 \mathbb{P} قوانين المحايد Identity Laws

$$P = 1 \times P \quad (i) \quad P = 0 + P \quad (ii)$$

5 \mathbb{P} قوانين المبرودية Boundedness Laws

$$0 = 0 \times P \quad (i) \quad 1 = 1 + P \quad (ii)$$

6 \mathbb{P} قوانين التوزيع Distributive Laws

$$(A \times B) + (C \times P) = (A + C) \times P \quad (i)$$

$$(A + P) \times (B + P) = (A \times B) + P \quad (ii)$$

ب 7. قوانين الامتصاص (Absorption Laws)

$$P = (P + Q) \times P \quad (i) \quad P = (P \times Q) + P \quad (ii)$$

ب 8. قوانين الاكمال (Complement Laws)

$$0 = \bar{P} \times P \quad (i) \quad 1 = \bar{P} + P \quad (ii)$$

ب 9. قوانين دي مورغان (De Morgan's Laws)

$$\overline{P \times Q} = \bar{P} + \bar{Q} \quad (i) \quad \overline{P + Q} = \bar{P} \times \bar{Q} \quad (ii)$$

$$0 = \bar{1} \quad (i) \quad 1 = \bar{0} \quad (ii)$$

$$P = (\bar{\bar{P}}) \quad (i)$$

ملحظات 1. عذرة التساوئ المستمرة في القوانين السابقة تتناظر عذرة التماثل في المنطق الرياضي.

2. في التعبير البول $P \times Q$ يرمز P أحياناً الرمز X وتكتب في العذرة $P \times Q$

3. في التعبيرات البولية يمكن إصالح الأقواس أحياناً. وفي

هذه الحالة يجب أن يكون معلوماً أنه X تسبقه +

فمثلاً $P \times Q + H$ تعني $(P \times Q) + H$

4. عليه تطبيق مبدأ الثنائية Duality على القوانين البولية

من ب 1 إلى ب 10 السابقة. معني أنه إذا أخذنا أي

عذرة سابقة وقمنا بتبديل العمليات \times و $+$ كل مكان

الآخرى وبتبديل العنصرين الحاديين 0 و 1 كل مكان الآخر

جأتنا عذرة على عذرة متناظرة صحيحة.

وحيث بالذكر أنه عليه تطبيق مبدأ الثنائية على أي تعبير

بولي لفصل منه على تعبير بول آخر. وليس كل منهما « تعبيراً

مرافقاً للآخر ».

وعلى ذلك سندعي أنه إذا أخذنا الصيغات البولية

ب 1، ب 2، ب 3، ب 4، ب 5، ب 6، ب 7، ب 8، ب 9، ب 10، و طبقنا عليها مبدأ

الثنائية جأتنا فصل على مرافقاً ب 1، ب 2، ب 3، ب 4، ب 5، ب 6، ب 7، ب 8، ب 9، ب 10،

وهذا أصل ذلك يعني مبدأ الثنائية أحياناً « بمبدأ المرافقة ».

$$5. \quad p + \bar{p} = 1 \leftarrow p$$

$$(p + \bar{q})(p + \bar{r}) = 1 \leftrightarrow p$$

• مثال: أثبت أنه: $\bar{p} = \bar{p} \times (p + q)$

الحل: $(p + q) \times \bar{p} = \bar{p} \times (p + q)$

$$(p \times \bar{p}) + (q \times \bar{p}) =$$

$$(p \times \bar{p}) + 0 =$$

$$\bar{p} = p \times \bar{p} =$$

حسب الجا 2-أ
حسب الجا 6-أ
حسب الجا 8-أ
حسب الجا 4-ب

• مثال: أثبت أنه: $p = \bar{q} \times p + q \times p$

الحل: $(\bar{q} + q) \times p = \bar{q} \times p + q \times p$

$$1 \times p =$$

$$p =$$

حسب الجا 6-أ
حسب الجا 8-ب
حسب الجا 4-أ

• مثال: أثبت أنه: $\overline{p + q} = \bar{p} \times \bar{q}$

الحل: $\overline{p + q} = \bar{p} \times \bar{q}$

$$\bar{p} \times \bar{q} = \bar{p} \times \bar{q}$$

$$\bar{p} \times \bar{q} =$$

$$0 + \bar{p} \times \bar{q} =$$

$$\bar{p} \times \bar{q} =$$

$$\overline{p + q} =$$

مرحلة 5
حسب الجا 6-أ
حسب الجا 8-أ
حسب الجا 4-ب
حسب الجا 9-ب

• مثال: أثبت أنه: $\overline{p \times q} = \bar{p} + \bar{q}$

الحل: $\overline{p \times q} = \bar{p} + \bar{q}$

$$\bar{p} + \bar{q} = \bar{p} + \bar{q}$$

$$\bar{p} + (\bar{p} + \bar{q}) =$$

$$\bar{p} + (p + \bar{q} \times \bar{p}) =$$

$$\bar{p} + (p + \bar{q}) \times (p + \bar{p}) =$$

مرحلة 5
حسب الجا 9-أ
حسب الجا 9-ب
حسب الجا 6-ب

مسبب ب 8-11

مسبب ب 4-1

مسبب ب 3-11

مسبب ب 8-11

مسبب ب 5-11

$$B + (P + \bar{C}) \times 1 =$$

$$B + (P + \bar{C}) =$$

$$P + (B + \bar{C}) =$$

$$P + 1 =$$

$$1 =$$

ضع التعبير البرولي $P + \bar{A}B + \bar{A}\bar{C}$ في أبسط صورة .

الحل: $P + \bar{A}B + \bar{A}\bar{C} \leq$

مسبب ب 6-1

مسبب ب 6-1

مسبب ب 8-11

مسبب ب 4-1

مسبب ب 7-11

مسبب ب 8-11

مسبب ب 4-1

$$= [P + \bar{A}B + \bar{A}\bar{C}] =$$

$$= [P + \bar{A}(B + \bar{C})] =$$

$$= [P + \bar{A} \times 1] =$$

$$= [P + \bar{A}] =$$

$$= [(P + \bar{A}) \times (B + \bar{C})] =$$

$$= [1 \times (B + \bar{C})] =$$

$$= (B + \bar{C}) =$$

تمارين [2:5]

• أثبت صحة كل مما يأتي مع ذكر رتبة القاعدة المستخدمة في البرهان:

1. $P = (A + P) \times P$
2. $P = (A \times P) + P$
3. $B + \bar{A} = \bar{A} + (A \times B)$
4. $A \times P = \overline{\bar{A} \times P} \times P$
5. $A \times P = (A + \bar{P}) \times P$
6. $0 = (A \times \bar{P}) \times P$
7. $1 = (\overline{A \times P}) + P$
8. $A + \bar{P} = \overline{\bar{A} \times P}$
9. $0 = (\overline{A + P}) \times (A \times P)$
10. $1 = A + \overline{P \times (A + \bar{P})}$
11. $\bar{A} \times \bar{P} = \overline{(A + P)}$
12. $A + \bar{P} = (A + \bar{A})(A + \bar{P})$
13. $A + (A + P) = (A + P) + (A + P)$
14. $A + \overline{A + P} = (A + \bar{A})(A + \bar{P})$

• صيغ في أبسط صورة كل مما يأتي:

15. $(A \times P) + (A \times \bar{P})$
16. $(\bar{A} + B)(A + P)$
17. $\bar{A} \times P + \overline{A \times P} + \overline{A \times \bar{P}}$
18. $(A \leftarrow B) \times (A \leftarrow P) \times P$

أ ب م

[3:5] المنطق والكمبيوتر

البوابات المنطقية Logic Gates

في هذا البند سنتقدم دراسة بمسلة عن نوع معين من الرواثر الثنائية والتي تسمى البوابات المنطقية .
ومثل أن يتناول هذه البوابات بالدراسة نود أن نشير بإيجاز إلى مكونات الحاسب التي يتشتمل لها معرفة مدى أهمية هذه البوابات المنطقية بالنسبة للحاسب .

● الحاسب الإلكتروني

يتألف الحاسب الإلكتروني من عدة وحدات متصلة فيما بينها وتعمل بطريقة مترابطة عند تنفيذ مراحل تشكيل البيانات بشكل آلي .
وبالرغم من اختلاف هذه الوحدات من جهاز لأخر حسب نوع الحاسب والد أنه عليه القول أنها تتكون من عدة عامة من وحدات رئيسية هي :

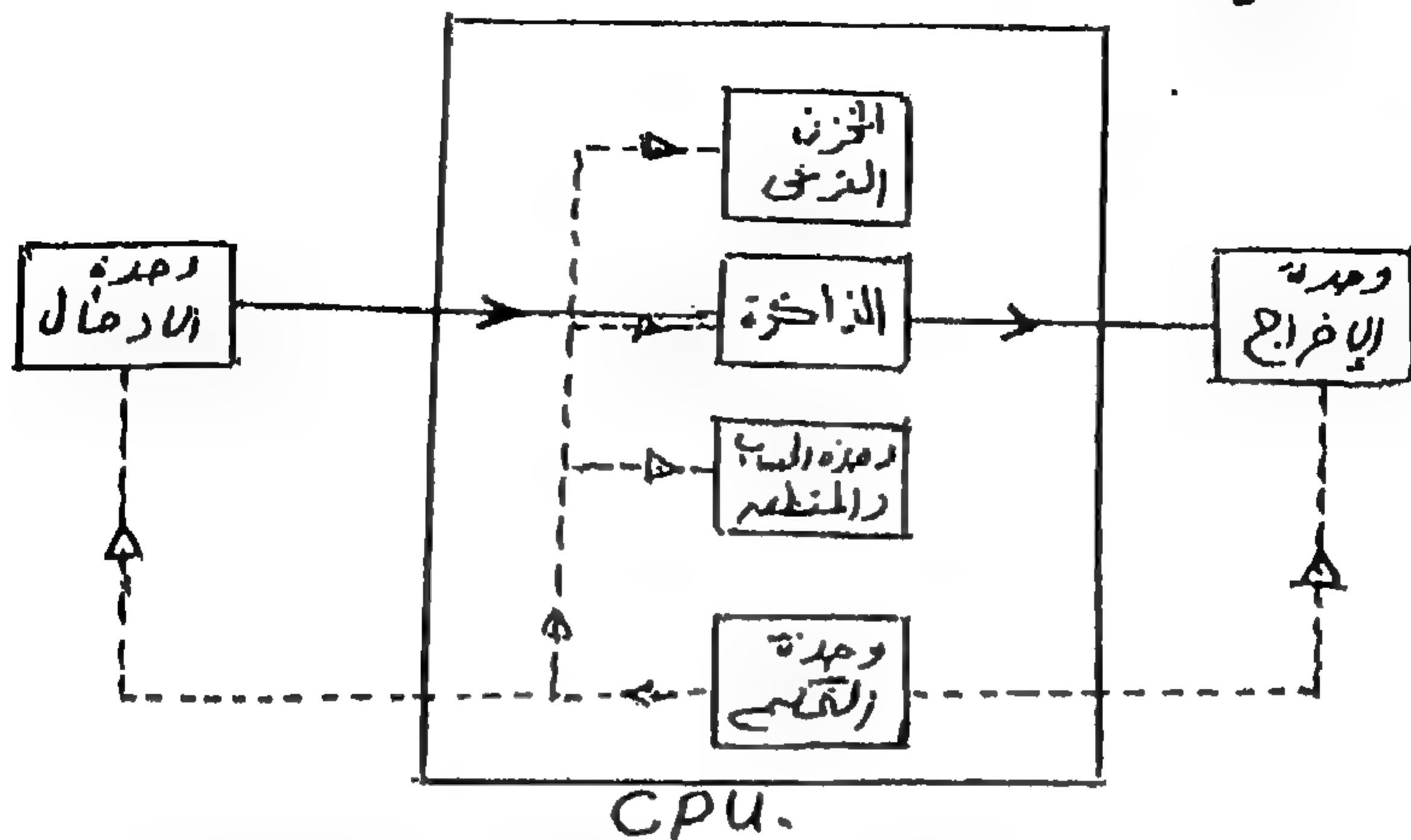
1. وحدة الإدخال Input unit (وحدة تلحق بالبيانات)
2. الذاكرة Memory (وحدة التخزين الداخلي)
3. وحدة الحساب والمنطق Arithmetic logical unit
4. وحدة التحكم Control unit
5. وحدة الإخراج Output unit

● وعليه إيادة تبويب هذه الوحدات ونعالطبعها ونقول أنه الحاسب يتكون من :

1. وحدة الإدخال/الإخراج input/output

وهي تضم وحدة تلحق بالبيانات مع وحدة استخراج المعلومات .

2. وحدة التشغيل المركزية (CPU) Central processing Unit - وهي تضم باقي الوحدات .



• وتعتبر وحدة الحساب واللتحكمة من الوحدات الأساسية وللرابعة في الحاسب .

عبر تقوم بالعمليات التالية :

أ . العمليات الحسابية .

ب . العمليات المنطقية .

ج . عمليات النقل والإزاحة .

- وتتكون وحدة الحساب واللتحكمة غالباً من الأجزاء التالية :

(أ) الجامع (Adder) وتقوم فيه عملية الجمع

(ب) المسجلات (Registers) وينفذ تتم عملية استقبال البيانات

الواردة من الذاكرة أو إرسال البيانات إلى الذاكرة أو الترميز

المرسل للنتائج .

(ج) البوابات المنطقية (Logic gates) وهذه دوائر إلكترونية

تقوم بالعمليات المنطقية .

- وهناك ثلاث بوابات منطقية أساسية هي :

AND gate

- بوابة "و"

OR gate

- بوابة "أو"

NOT gate

- بوابة النفي "ن"

ومن هذه البوابات الأساسية يمكننا الحصول على بوابات منطقية أخرى

NAND gate

وهي بوابة "نفي و"

NOR gate

- بوابة "نفي أو"

Exclusive OR g.

- بوابة "أو المنفردة"

Exclusive NOR g.

- بوابة "نفي أو المنفردة"

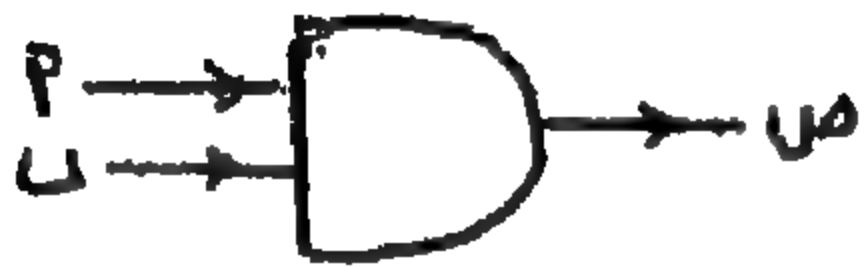
- وفيما يلي نعرض لبريد البوابات من الناحية الرياضية والمنطقية:

[1:3:5] بوابة "و" AND gate :

ويرمز لها منطقياً بالرمز : (الترميز)  (المرفوضات)

وتكون مدخلات مرفوضات (أشياء على الأقل) ومخرج واحد.

ويبين الشكل المقابل الرمز المنطقي لبوابة "و"



ذات المرفوضات P، Q والمخرج M حيث

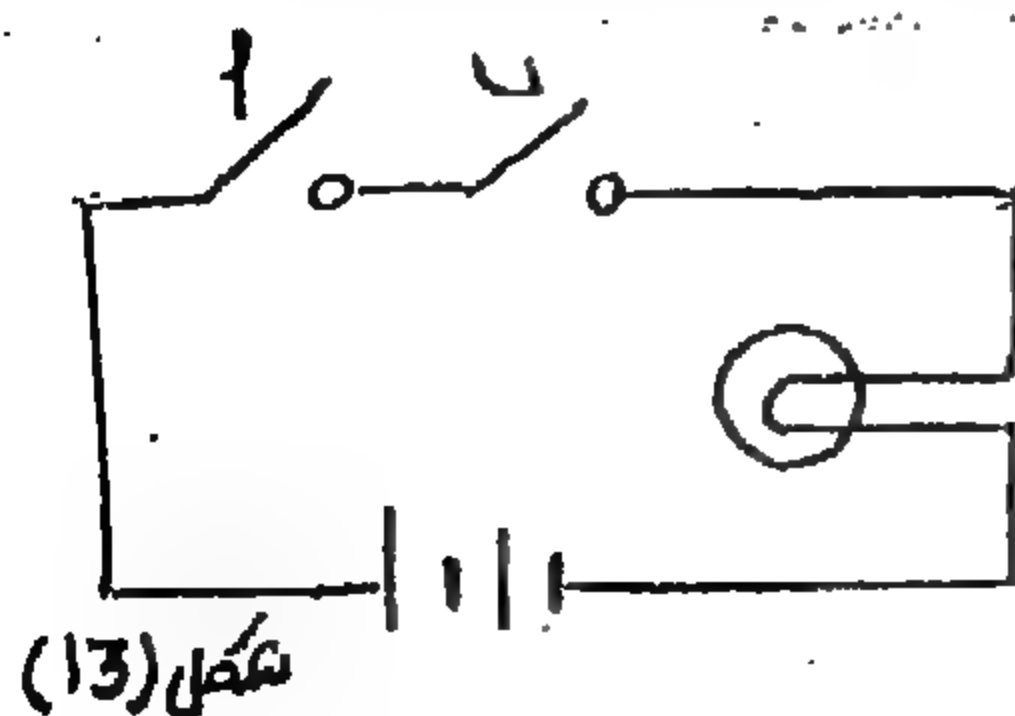
P، Q قيمتان منطقيتان تأخذان القيم 1 أو 0

- والتعبير الجولي لبريد البوابة هو: $M = P \times Q$

ونقرأ كالتالي: P "و" Q تساوي المخرج M

ويجب ملاحظة أنه لا تعني الضرب كما هو الحال في الجبر العادي.

- والجداول التالية يبين المخرج لبوابة "و" AND ذات المرفوضات P، Q



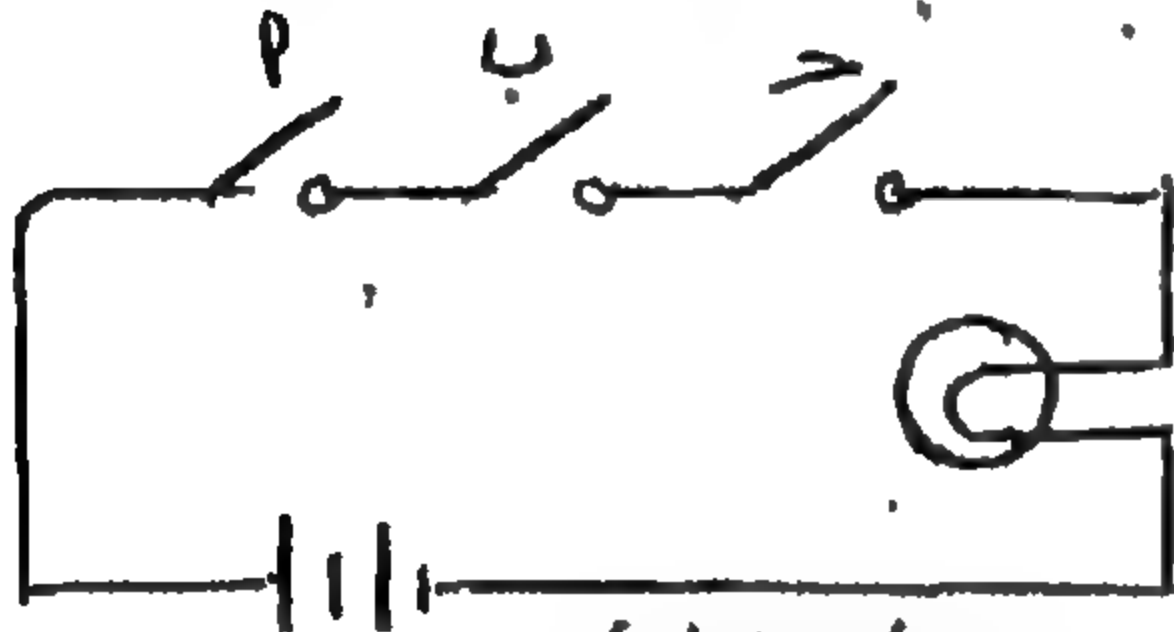
المرفوضات	الخروج
P	Q
1	1
1	0
0	1
0	0

ونلاحظ أنه يتم المخرج M = 1 فقط عندما P = Q = 1


وهذا يتفق تماما مع مزج الدائرة الكهربائية الموضحة شكل (13)
وتتفق أيضا مع قيمة الصيغة للتقرير AP .
- ونعمل بوابة "و" ونفهم قرائنه الجبر البولي التالية ،

$$\begin{aligned} P &= 1 \times P , & 0 &= 0 \times P \\ 0 &= \bar{P} \times P , & P &= P \times P \end{aligned}$$

• مثال : ارسم الشكل لتطبيق المنطق لبوابة "و" ذات المداخل المتعددة
 A, B, C ، وعبر عنها بوليا . ثم ارسم الدائرة الكهربائية المناظرة
- أوجد قيمة المزج لهذه الدائرة عندما $P=1, A=1, B=0, C=1$
- متى يكون مزج هذه الدائرة $= 1$ ؟




شكل (14)
الدائرة الكهربائية المناظرة

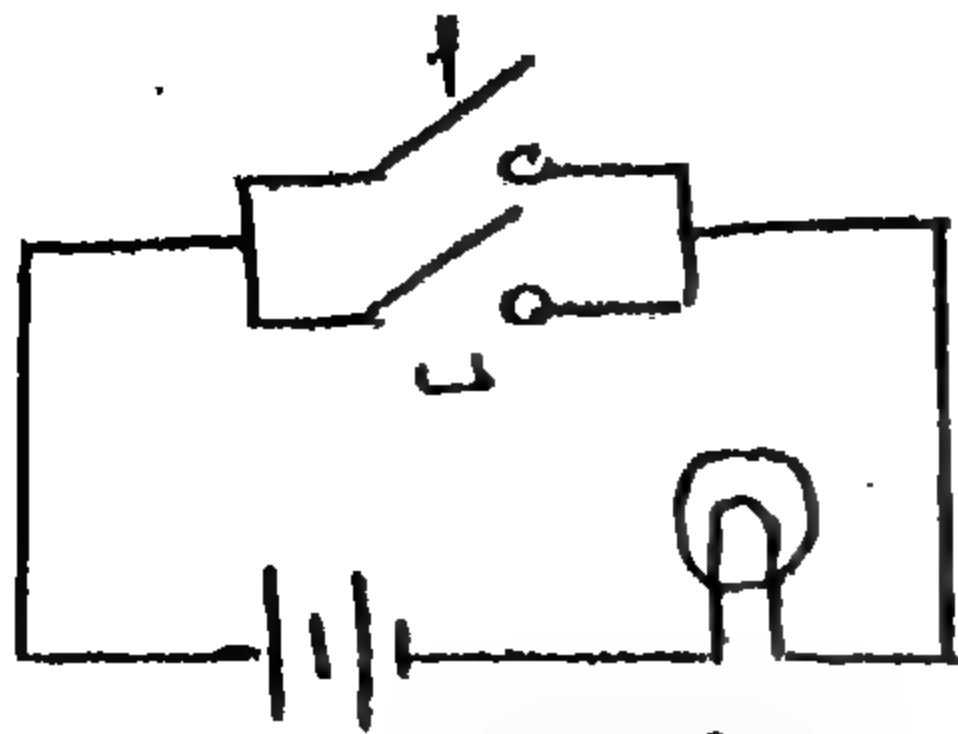
الحل :  :
الرمز المنطقي لبوابة "و"
ذات المداخل المتعددة

- التعبير البولي هو : $P \times A \times B = ص$ ، $A, B, P = ص$
- عندما $P=1, A=1, B=0$ ، $ص = 1 \times 1 \times 0 = 0$ فإنه
قيمة المزج $= 1 \times 0 \times 1 = 0$
- قيمة المزج $= 1$ فقط عندما $P=A=B=1$.

[2:3:5] بوابة "أو" OR gate :

ويرمز لها فنيقيًا بالرمز (الخروج)  (لمضادات)
ويكون لها مدخلين على الأقل ، ومزج واحد .

ويبين شكل (15-1) الرمز المنطقي لبوابة "أو" ذات المدخلين A, B
كلاسيكية شكل (15-2) الدائرة الكهربائية المناظرة لبوابة "أو" ذات المدخلين .



شكل (١٥-١)



شكل (١٥-٢)

- والتعبير البولي لهذه البوابة

ويقرأ "أو" P أو B تساوي الخرج $ص$

ومرطبة أنه $+$ لانتعش عملية الجمع كما هو الحال في الجبر العادي.

- والجداول المقابل بيده قيمة الخرج لبوابة

"أو" ذات المرحليتين

وفي هذا الجدول نلاحظ أنه :

قيمة الخرج $= 0$ فقط عندما $P=B=0$

وهذا يتفق مع قيمة الخرج للدائرة الكهربائية

المناظرة - شكل (١٥-٢) ويتفق أيضا

مع جدول الصواب للتعبير $P \vee B$.

- ونقل بوابة "أو" ونفقه قوايسه الجبر البولي التالية :

$$P = 1 + P$$

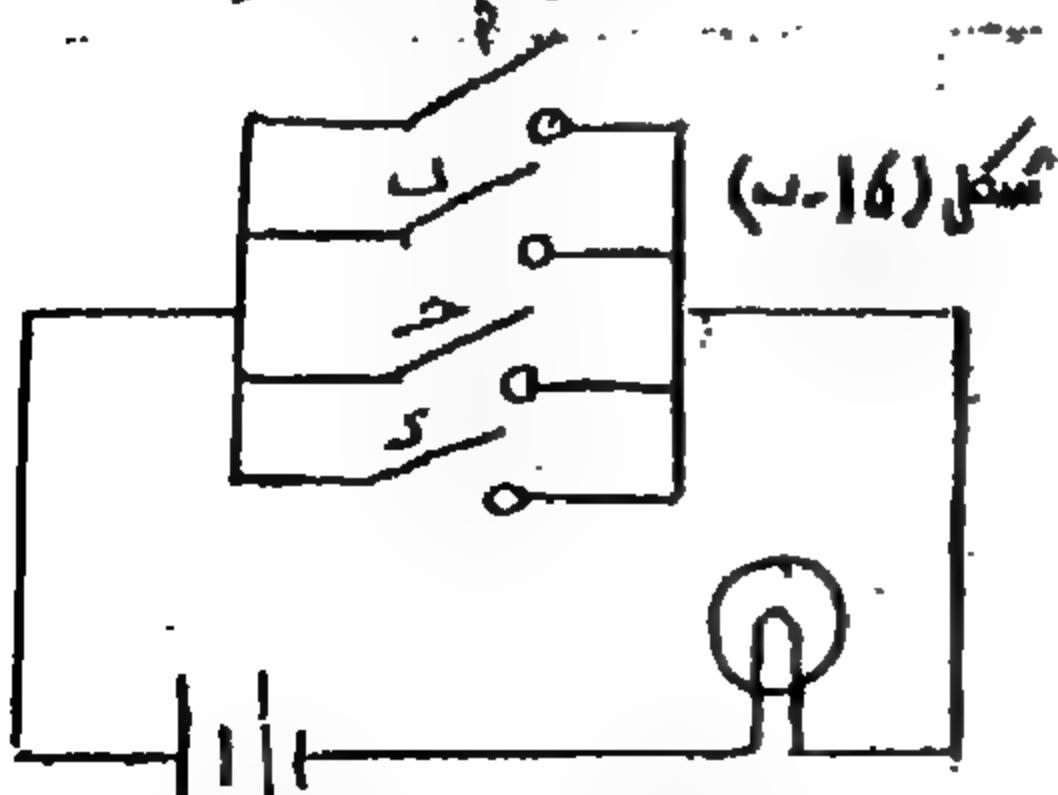
$$P = 0 + P$$

$$1 = \bar{P} + P$$

$$P = P + P$$

• مثال : ارسم الرمز المنطقى والدائرة الكهربائية المناظرة لبوابة "أو"

ذات المداخل الأربعة P, B, C, S - واكتب التعبير البولي لها.



شكل (١٦-١)



الحل :

الرمز المنطقى لبوابة "أو"

ذات المداخل الأربعة شكل (١٦-٢)

- التعبير البولي : $ص = P + B + C + S$

الدائرة الكهربائية المناظرة

• مثال : تكتب جدول الخرج لبراية "أو" ذات المداخل الستة
 ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ ومنه استنتج متتابعة الخرج، إذا كانت ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ لها المتتابعات التالية من المداخل الأساسية

$$P = (1, 1, 1, 0, 0, 1)$$

$$B = (0, 1, 0, 0, 1, 1)$$

$$H = (1, 1, 0, 0, 1, 0)$$

الحل :

الخرج ص	المدخلات		
	١	٢	٣
1	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0
0	0	0	0

وسر الجدول هو هذا :

قيمة الخرج = 0 فقط عندما ١=٢=٣=٤=٥=٦=0

وبينما عند ذلك يكونه قيمة الخرج = 1

وبناء على ذلك يكونه متتابعة الخرج المتأخرة لمتتابعات المداخل
 والداخله :

$$P = (1, 1, 1, 0, 0, 1)$$

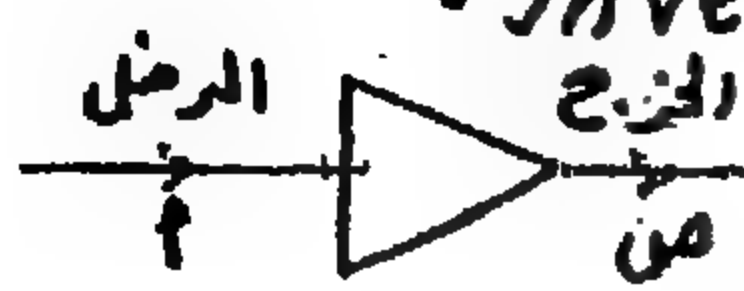
$$B = (0, 1, 0, 0, 1, 1)$$

$$H = (1, 1, 0, 0, 1, 0)$$

$$S = (1, 1, 1, 0, 1, 1)$$

[3:3:5] بوابة النفي (العاكس) NOT gate

تسمى بوابة النفي أيضا « العاكس Inverter »
ويمثل بوابة النفي (العاكس) فلفيها بالرمز
ولرئيه البوابة مدخل واحد ومخرج واحد



والتعبير البولي لبوابة النفي هو $\bar{A} = A$

وتقرأ « نفي A يساوي المخرج من »

ومتة المخرج من هي عكس (متمة) المدخل A.

فإذا كانت $1 = A$ فإنه متة المخرج من 0

وإذا كانت $0 = A$ فإنه متة المخرج من 1

وعلى ذلك إذا أخذت A المتتابعة (1, 1, 0, 0, 1)

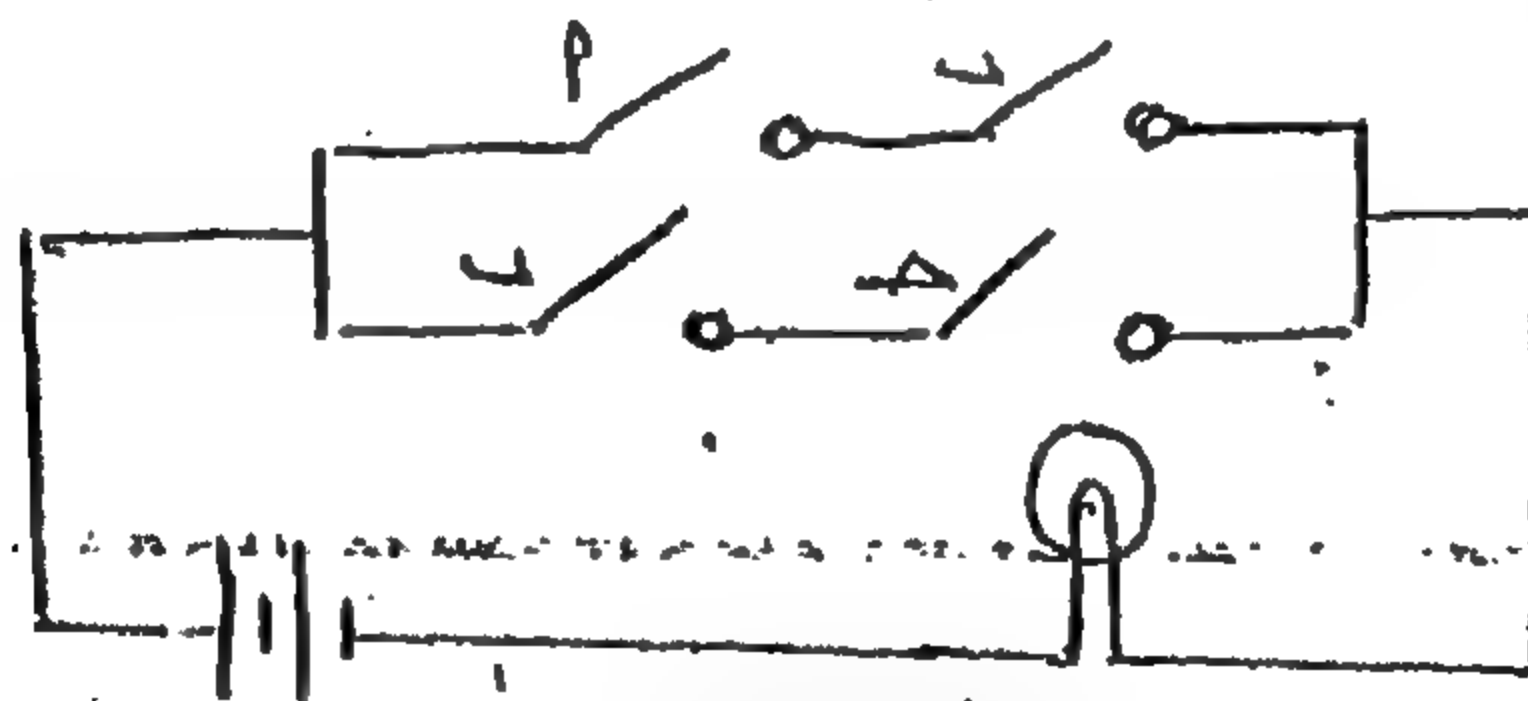
فإنه المخرج من يأخذ المتتابعة (0, 0, 1, 1, 0).

وتعمل بوابة النفي وفقه قوانينه الجبر البولي التالية ،

$$0 = \bar{1} \quad 1 = \bar{0} \quad A = \bar{\bar{A}}$$

$$1 = \bar{0} \iff 0 = \bar{1} \quad 0 = \bar{1} \iff 1 = \bar{0}$$

• مثال : لدائرة المنطق التربيعية المبينة في الشكل التالي :



شكل (17)

(أ) ارسم الشكل التمثيلي المنطق المناظر لرئيه (الدائرة)

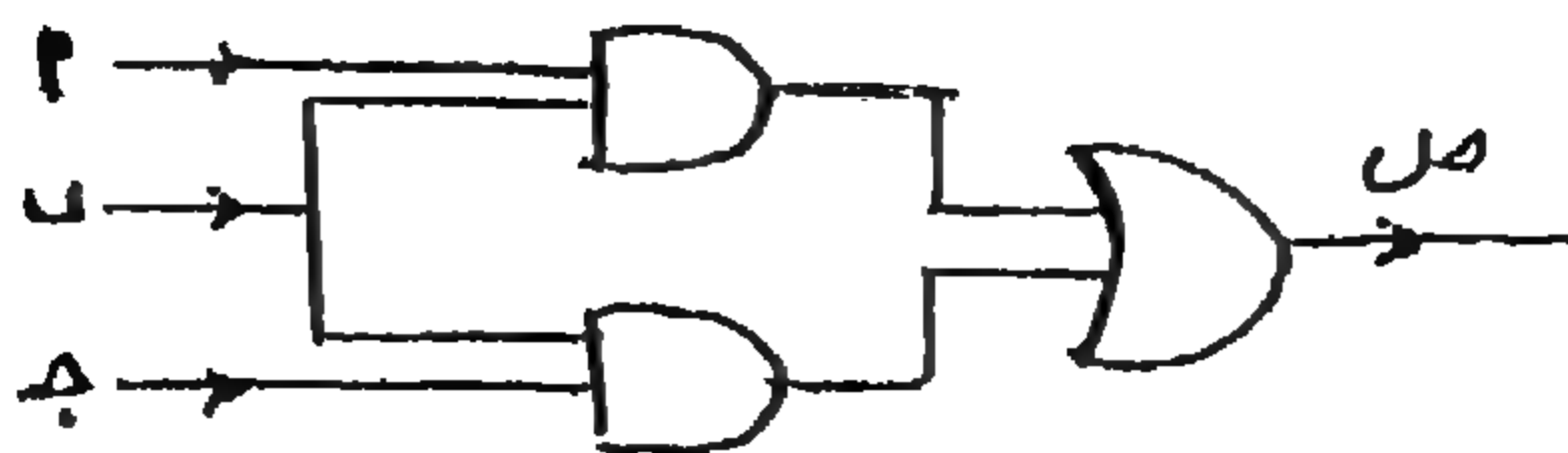
(ب) اكتب التعبير البولي المناظر لرئيه (الدائرة)

(ج) اكتب جدول الصروف المناظر لرئيه (الدائرة)

(د) استعمل بقوانينه الجبر البولي في تبسيط كل مدد دائرة

المنطقية المتخافرة . المنطقية المتخافرة .

الحل : (أ)



(أ) التعبير المنطقي المتخافرة :

$$V = P \cdot U + U \cdot H$$

(أ) جدول الصواب :

النتج ص	U	P	الرموز H	U	P
1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0

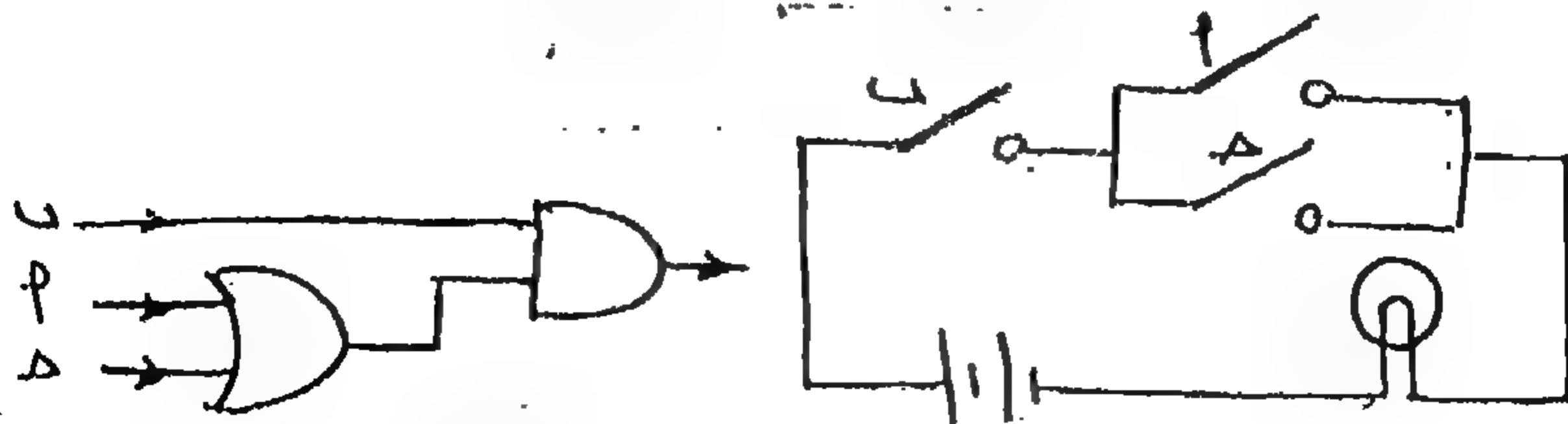
(أ) معقولة الجبر المنطقي نجد أنه :

$$V = P \cdot U + U \cdot H = (P + H) \cdot U$$

وعلى ذلك عملية تبسيط دائرة المنطقية المتخافرة السابقة

كما في الشكل (18)

وتبسيط الدائرة المنطقية كما في الشكل (19)



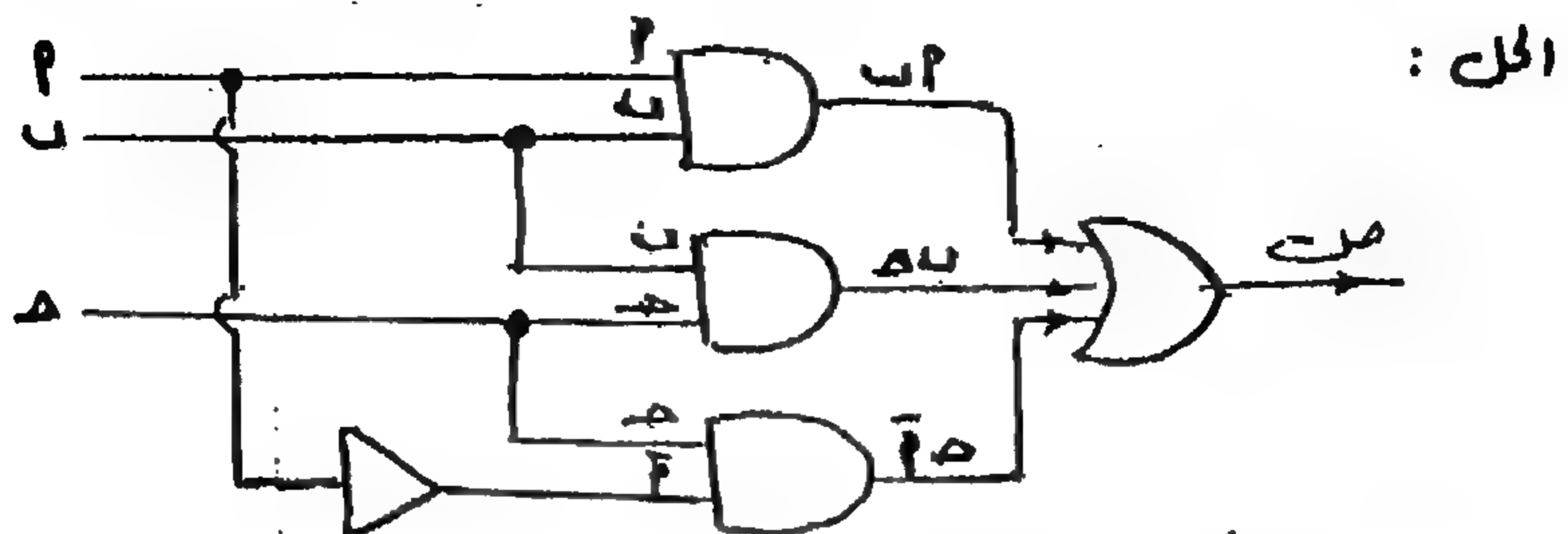
شكل (19)

شكل (18)

• مثال : ارسم الشكل المنطقي المناظر للتعبير البولي :

$$P = \bar{P} + Q + R$$

 يسهل قيمة الخرج عندما $0 = P$



شكل (20)

• عندما $0 = P$ يكون عدد المداخلات جدول الصواب =
 $4 = 2 \times 2 \times 1 =$

الخرج ص	المدخلات			P	Q	R
	\bar{P}	P	Q			
1	1	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0

• مثال : استخدم قوانين الجبر البولي في تبسيط التعبير البولي :

$$P = \bar{P} + Q + R$$

 للتعبير الناتج .

الحل :
$$\bar{P}P + \bar{P} + Q + R = \bar{P} + Q + R$$

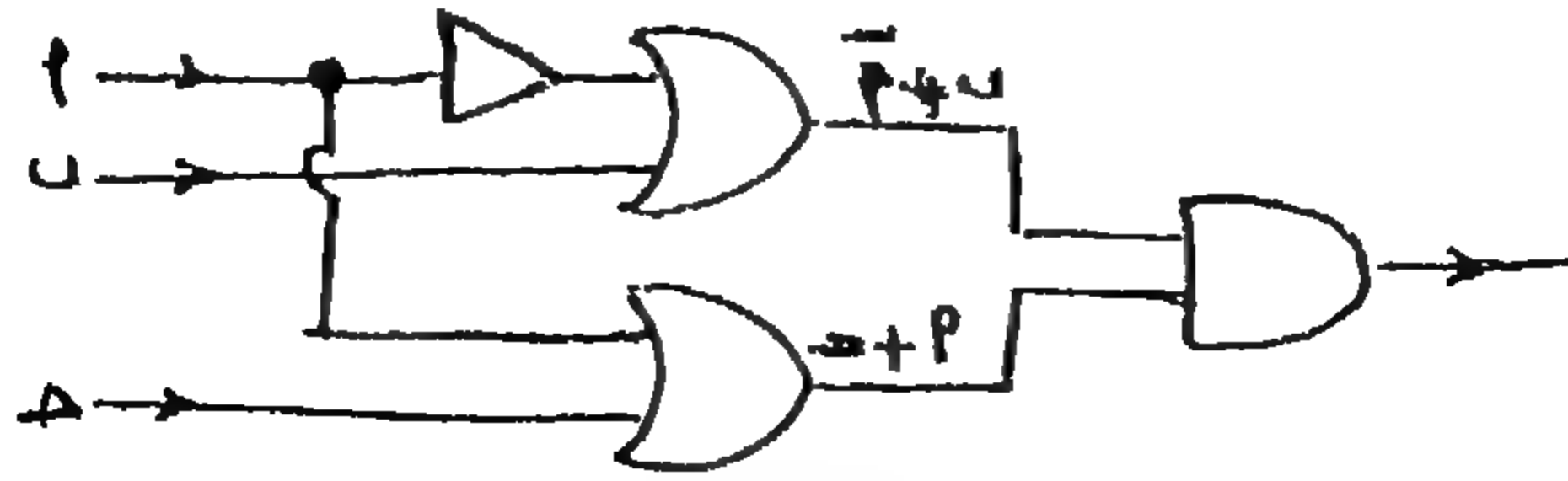
$$(\bar{P}P + \bar{P}) + (Q + R) =$$

$$(1 + \bar{P}) + (Q + R) =$$

$$(1 + \bar{P}) + (Q + R) =$$

$$(1 + \bar{P}) + (Q + R) =$$

والشكل المنطقي المناظر لهذا التعبير هو :

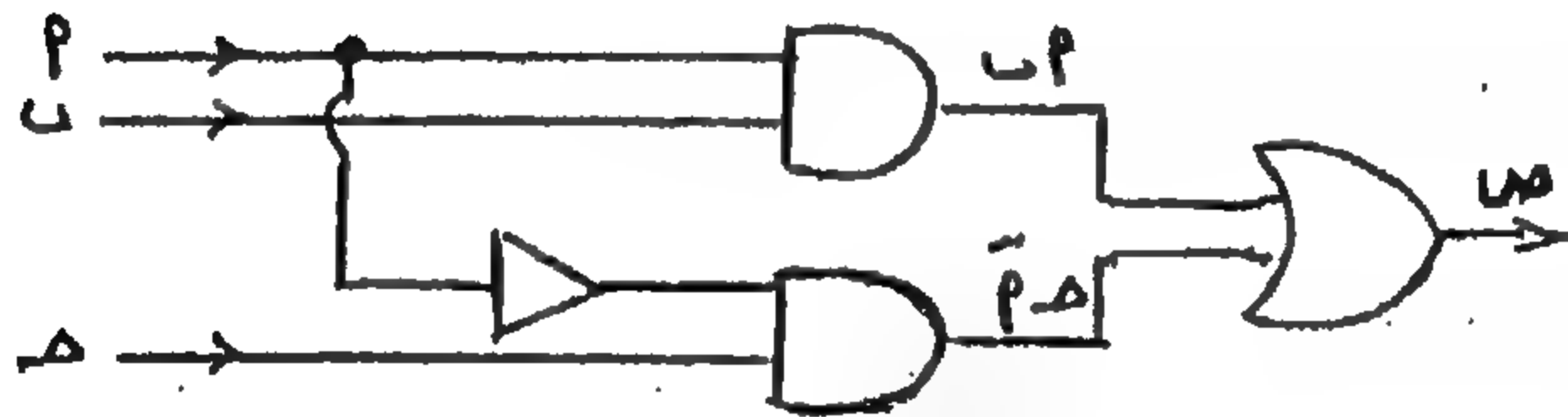


شكل (2.1)

حل آخر: $= \bar{P} \cdot \bar{U} + A + \bar{P}$

$$\begin{aligned}
 & \bar{P} \cdot \bar{U} + (\bar{P} + A) \times A + \bar{P} = \\
 & \bar{P} \cdot \bar{U} + \bar{P} \cdot A + A \cdot \bar{P} + \bar{P} = \\
 & (\bar{P} \cdot \bar{U} + \bar{P} \cdot A) + (A \cdot \bar{P} + \bar{P}) = \\
 & \bar{P} \cdot (\bar{U} + A) + (A + 1) \cdot \bar{P} = \\
 & \bar{P} \cdot 1 + 1 \cdot \bar{P} = \\
 & \bar{P} + \bar{P} =
 \end{aligned}$$

والشكل المنطقى للمعادلة أعلاه هو:

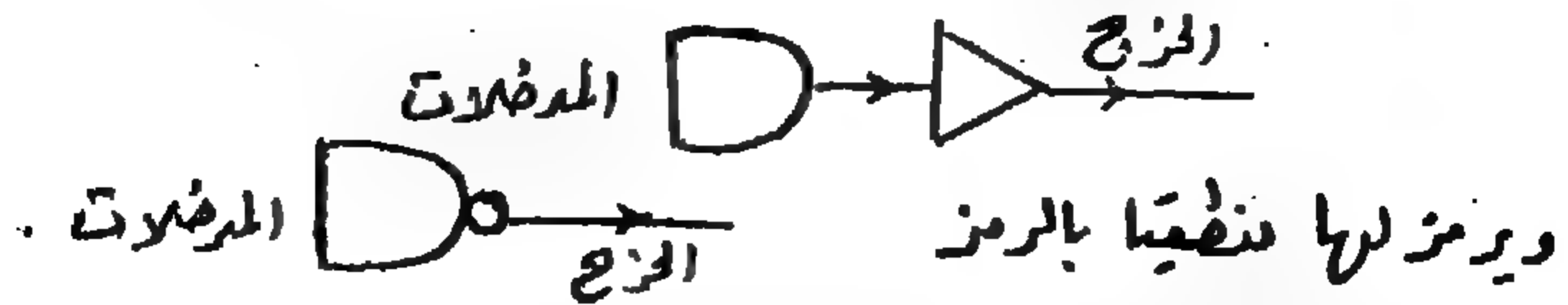


شكل (2.2)

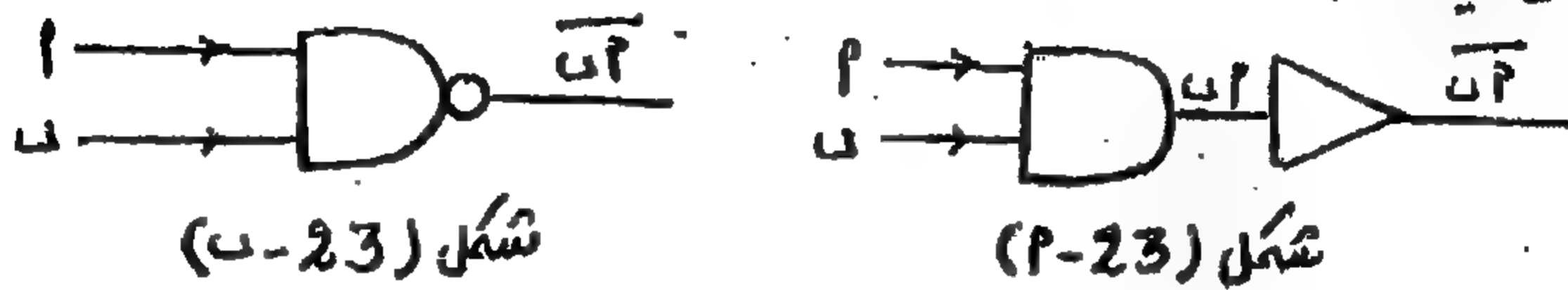
(تقفه سه صفة لكل باستند يا جبراًواك العنصره)

[4:3:5] بوابة "نفي-و" NAND gate

وتشملونه من بوابة "و" يتبعها "نكاس"



ويظهر الشكل (23) (P-2) الرمز المنطقي لبوابة "نفي-و" ذات المخرطين



والتعبير البري لبوابة "نفي-و" ذات المخرطين هو:

$$\overline{A \cdot B}$$

وصور الجدول لهذا التعبير كما هو

موضح في الجدول المقابل

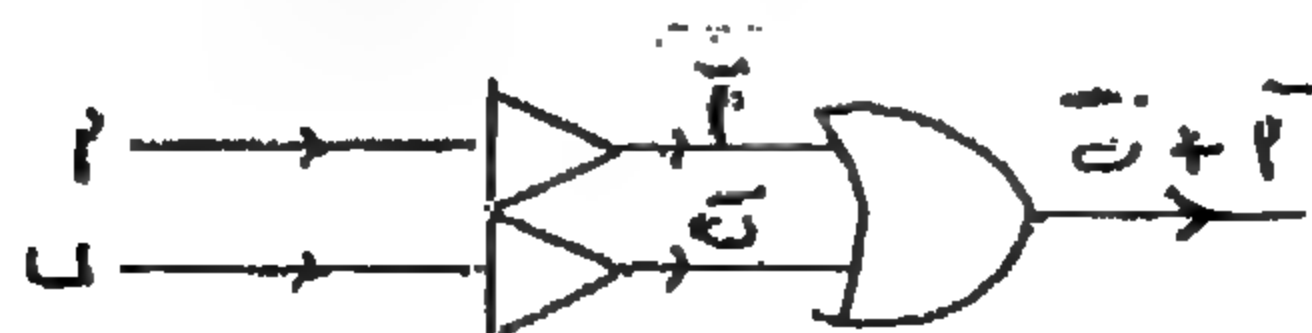
ونلاحظ أنه:

قيمة المزج $\overline{0} = 1$ فقط إذا كانت
قيمة كل من المخرطين A و B تساوي 1.

• ومن قانون دي مورجانه 9-أ يمكننا تحويل بوابة "نفي-و"

إلى بوابة "أو" ذات المخرطين المعكوسة، والتي تكافئ في

وظيفتها عمل بوابة "نفي-و" كما في شكل (24)



شكل (24)

• مثال: أكتب التعبير البولي لبوابة "نفي-و" ذات المخرجات الأربعة P, B, H, S ثم أكتب متتابعة الخرج (ص) إذا كانت متتابعات (نصفيات) P, B, H, S هي:

$$(0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1) = P$$

$$(1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0) = B$$

$$(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1) = H$$

$$(1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1) = S$$

الحل: الرمز المنطقي هو:



التعبير البولي هو: $\overline{P B H S} = \text{ص}$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} = P$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = B$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = H$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} = S$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = P B H S$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = \overline{P B H S}$$

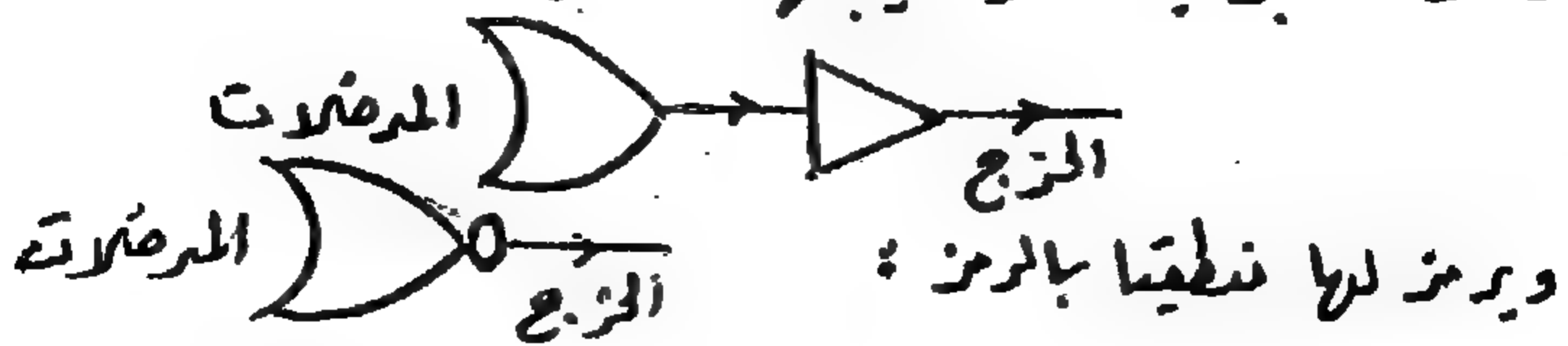
∴ متتابعة الخرج هي:

$$(1, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 1) = \overline{P B H S} = \text{ص}$$

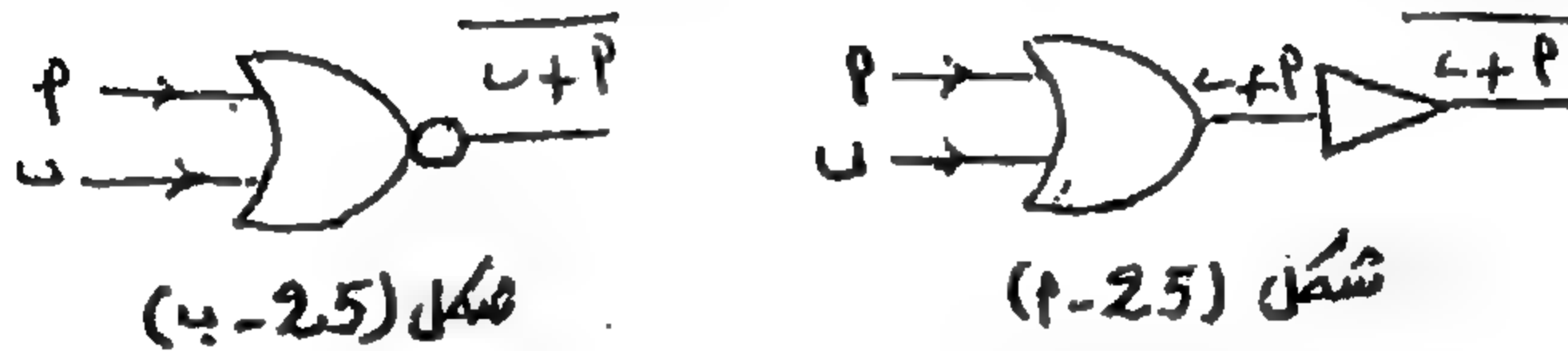
• لاحظ أنه استلزم متتابعة الخرج من جدول العدم في عملية كتابة حيث أنه الجدول في هذه الحالة يحوي $2^4 = 16$ إمكانية

[5:3:5] بوابة "نفي-أو" NOR gate

وتتكون من بوابة "أو" يتبعها "عكس"



ويبين الشكل (25-ب) الرمز المنطقي لبوابة "نفي-أو" ذات المدخلين P, Q .



والتعبير البولي لهذه البوابة هو $\overline{A+B}$

وجداول الصواب المناظر لهذا التعبير

كما في الجدول المقابل

ومن مميزات أنه

قيمة المخرج هي 1 فقط

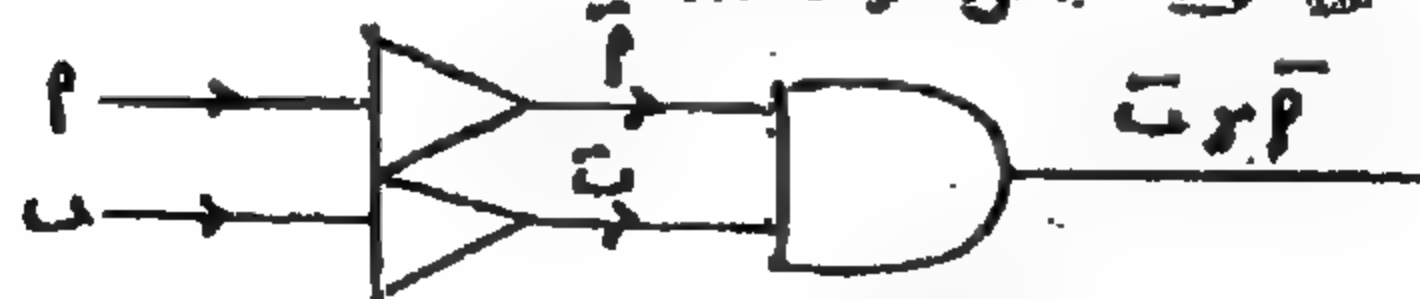
إذا كان $A=B=0$

وسه قانون دي مورجان $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

وسه تم تحويل بوابة "نفي-أو" إلى بوابة "و" ذات

المدخلات المتكافئة - والتي تكافئ في وظيفة عمل بوابة

"نفي-أو" كما في الشكل (26)



شكل (26)

مثال: يرسم الرمز المنطقي لبوابة "نفي-أو" ذات المدخل

السرثة P, Q, R وبمعزها بوليا.



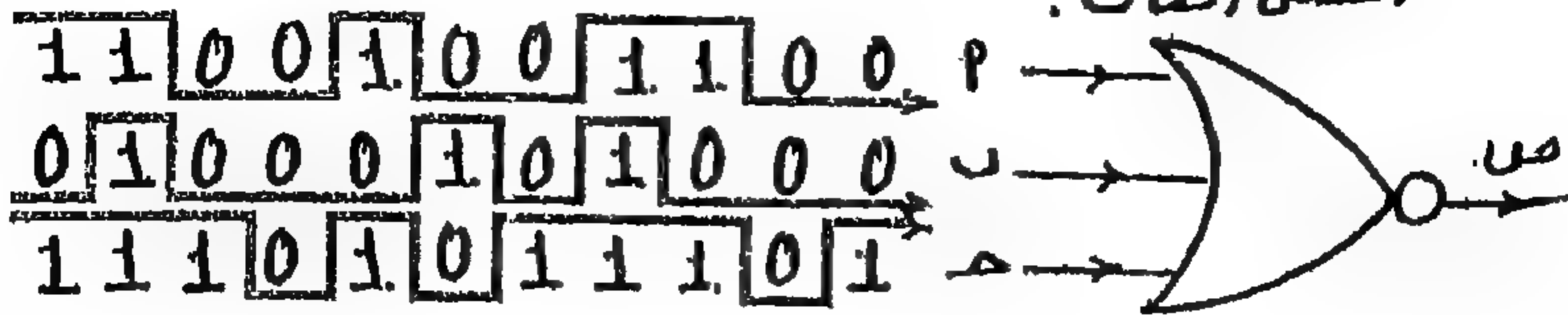
الرمز المنطقي لهذه البوابة

والتعبير البولي المناظر هو :

$$ص = \overline{ا + ب + ج} \quad ا = \overline{ب \cdot ج} \quad ب = \overline{ا \cdot ج}$$

• مثال : آتيا قيمة المزج ص لبوابة "نفي-أو" المبينة في

الشكل التالي :




شكل (27)

الحل : قيمة المزج $ص = \overline{ا + ب + ج}$

$$\begin{aligned} 1 &= \overline{0} = \overline{0+0+0} = ص 6 & 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+0} = ص 1 \\ 0 &= \overline{1} = \overline{1+1+1} = ص 6 & 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+1} = ص 7 \\ 0 &= \overline{1} = \overline{0+1+0} = ص 6 & 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+0} = ص 8 \\ 1 &= \overline{0} = \overline{0+0+0} = ص 6 & 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+1} = ص 7 \\ 0 &= \overline{1} = \overline{1+1+1} = ص 6 & 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+0} = ص 8 \\ 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+1} = ص 7 & 0 &= \overline{1} = \overline{1+0+1} = ص 11 \end{aligned}$$

[6:3:5] بوابة "أو المنفردة" XOR gate

و يرمز لها فنيقيًا بالرمز :  المزج المرفضات

ولها مرحلية على الدقة ومزج واحد

ويبينه شكل (28) الرمز المنطقى لبوابة "أو المنفردة" Excluss ذات المرحلية ا, ب, ج.

ويبين الجدول المقابل جدول لمرحلة لهذه البوابة

المزج	المرفضات	
ص = ا ⊕ ب	ا	ب
0	1	1
1	0	1
1	1	0
0	0	0



شكل (28)

والتعبير البولي البسيط لهذه البوابة هو:

$$P \oplus B = S$$

من ملاحظة: نعلم أنه التقرير $P \vee B$ يكون صواباً فقط إذا كانه

أحد التقريريه P و B صواباً فقط

$$\text{يعني ذلك أنه: } P \vee B = (P \wedge B) \vee (\bar{P} \wedge \bar{B})$$

وسد ثم يكون التعبير البولي المناظر هو:

$$P \oplus B = \bar{P} \bar{B} + P B$$

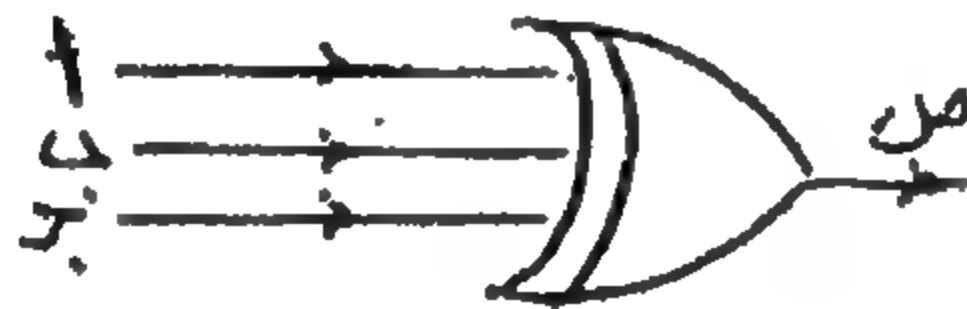
∴ تمثيله التعبير بولياً عنه بوابة "أو المنفردة" بطريقتيه:

$$\text{التعبير الأول: } P \oplus B = S$$

$$\text{التعبير الثاني: } P \oplus B = S$$

• مثال: ارسم الشكل التمثيلي لبوابة "أو المنفردة" ذات المدخلين الثنائي

P, B, S ثم اكتب جدول الخرج المناظر - ماذا تلاحظ؟



الحل: الرمز المنطقي هو:

$$\text{التعبير البولي المناظر: } P \oplus B = S$$

الخرج	المدخلات		
$P \oplus B = S$	P	B	S
$1 = 1 \oplus 0$	1	1	1
$0 = 0 \oplus 0$	0	1	1
$0 = 1 \oplus 1$	1	0	1
$1 = 0 \oplus 1$	0	0	1
$0 = 1 \oplus 1$	1	1	0
$1 = 0 \oplus 1$	0	1	0
$1 = 1 \oplus 0$	1	0	0
$0 = 0 \oplus 0$	0	0	0

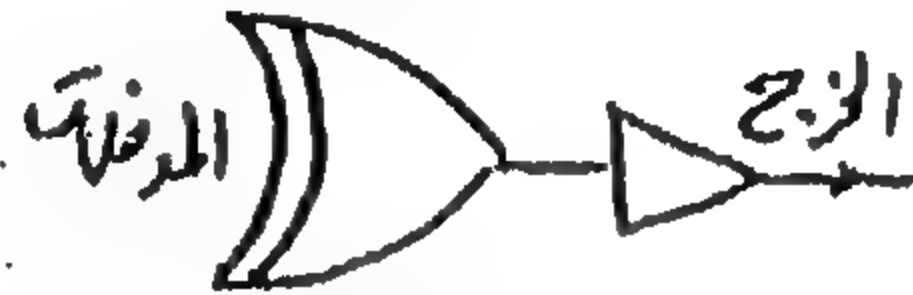
به الجدول نلاحظ أنه:

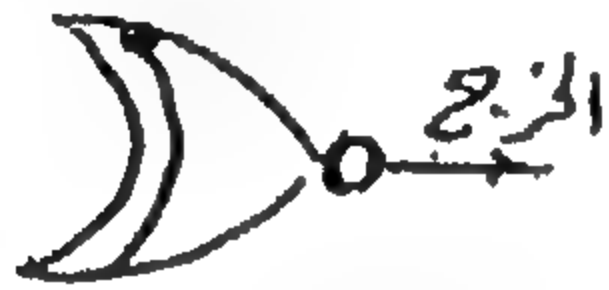
قيمة الخرج $S = 1$ فقط عندما يكون المدخلان التنايين (1) في

المضروب عددًا فرديًا .
 وسه أ جل ذلح عملله ابحبار بوابه "أو المنفردة" كشافًا لفرقة
 العدد الفردي سه الرقم السكافي (1) ع المضروب المتزامنة .

[7:3:5] بوابة "نفي-أو المنفردة" XNOR gate

وتقلوه سه بوابة "أو المنفردة" يتبعها "عكس"



ويرمز له فالحقيا بالرمز: 

ويبينه شكل (29-2) الرمز المتفق لبوابة "نفي-أو المنفردة" ذات
 المرفقيه 2، 29 .



شكل (29-2)



شكل (29-1)

والتعبير البولي لبوابة "نفي-أو المنفردة" ذات المرفقيه 2، 29

$$\text{هو: } A \oplus B = \text{ص}$$

سبعة أنه أوضنا أنه:

$$A \leftrightarrow B \equiv (A \vee B) \wedge \neg (A \oplus B)$$

$$(A \vee B) \wedge \neg (A \oplus B) \equiv$$

أذنه كملنا التعبير بوليا ع $A \oplus B$ بالصيغة:

$$(A + \bar{B})(\bar{A} + B) = \overline{A \oplus B}$$

$$A\bar{B} + \bar{A}B + AB + \bar{A}\bar{B} =$$

$$A\bar{B} + 0 + 0 + \bar{A}\bar{B} =$$

$$A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} =$$

وعلى ذلح عملله التعبير ع بوابة "نفي-أو المنفردة" بوليا

ببرقيته :

التعبير الأول (البسيط) : $S = \overline{A} \oplus B$

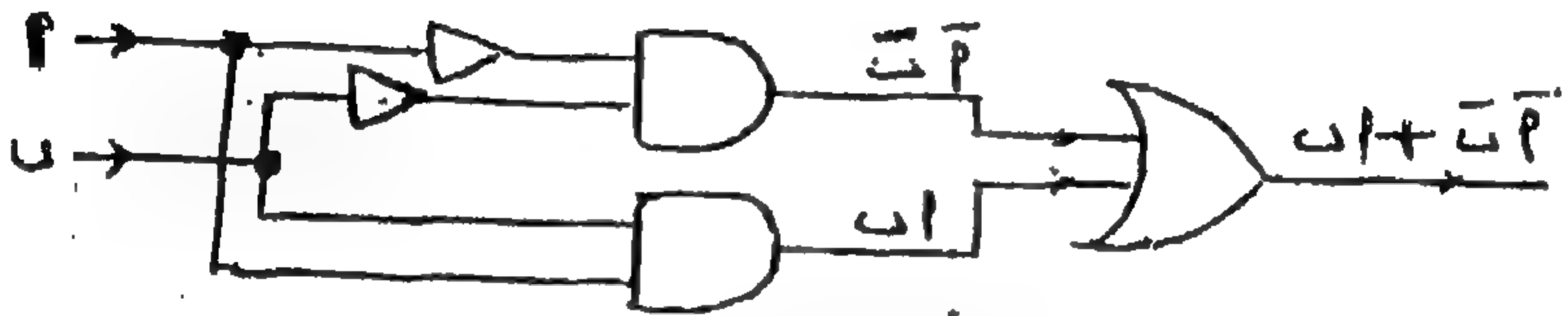
التعبير الثاني : $S = AB + \overline{A} \overline{B}$

• مثال : استخرج بوابات "و" ، "أو" ، "العواكس" في رسم الشكل لتعطيل المنطق لبوابة "نفي- أو المنفردة" ذات المداخل A, B .

الحل : من التعبير البولي لبوابة "نفي- أو المنفردة"

$$\overline{A} \overline{B} + AB$$

يكون الشكل التفاضلي المناظر كما في شكل (30)



شكل (30)

• مثال : أكتب التعبير البولي البسيط لبوابة "نفي- أو المنفردة" ذات المداخل A, B, C ثم أكتب نتائج التخرج لهذه البوابة إذا أخذت A, B, C المتتابعات (البنضات) الآتية :

$$(1, 0, 0, 0, 1, 1) = A$$

$$(1, 1, 0, 1, 0, 1) = B$$

$$(1, 0, 1, 1, 1, 0) = C$$

ماذا تخرج ؟



الحل : الرمز المنطقي :

والتعبير البولي : $S = A \oplus B \oplus C$

$$\overline{1} \overline{0} \overline{0} \overline{0} \overline{1} \overline{1} = A$$

$$\overline{1} \overline{1} \overline{0} \overline{1} \overline{0} \overline{1} = B$$

$$\overline{1} \overline{0} \overline{1} \overline{1} \overline{1} \overline{0} = C$$

$$\overline{1} \overline{1} \overline{1} \overline{0} \overline{0} \overline{0} = A \oplus B \oplus C$$

$$\overline{0} \overline{0} \overline{0} \overline{1} \overline{1} \overline{1} = \overline{A \oplus B \oplus C}$$

∴ متباينة الخرج هي : $(0,0,0,1,1,1) = ص$

ملحظة

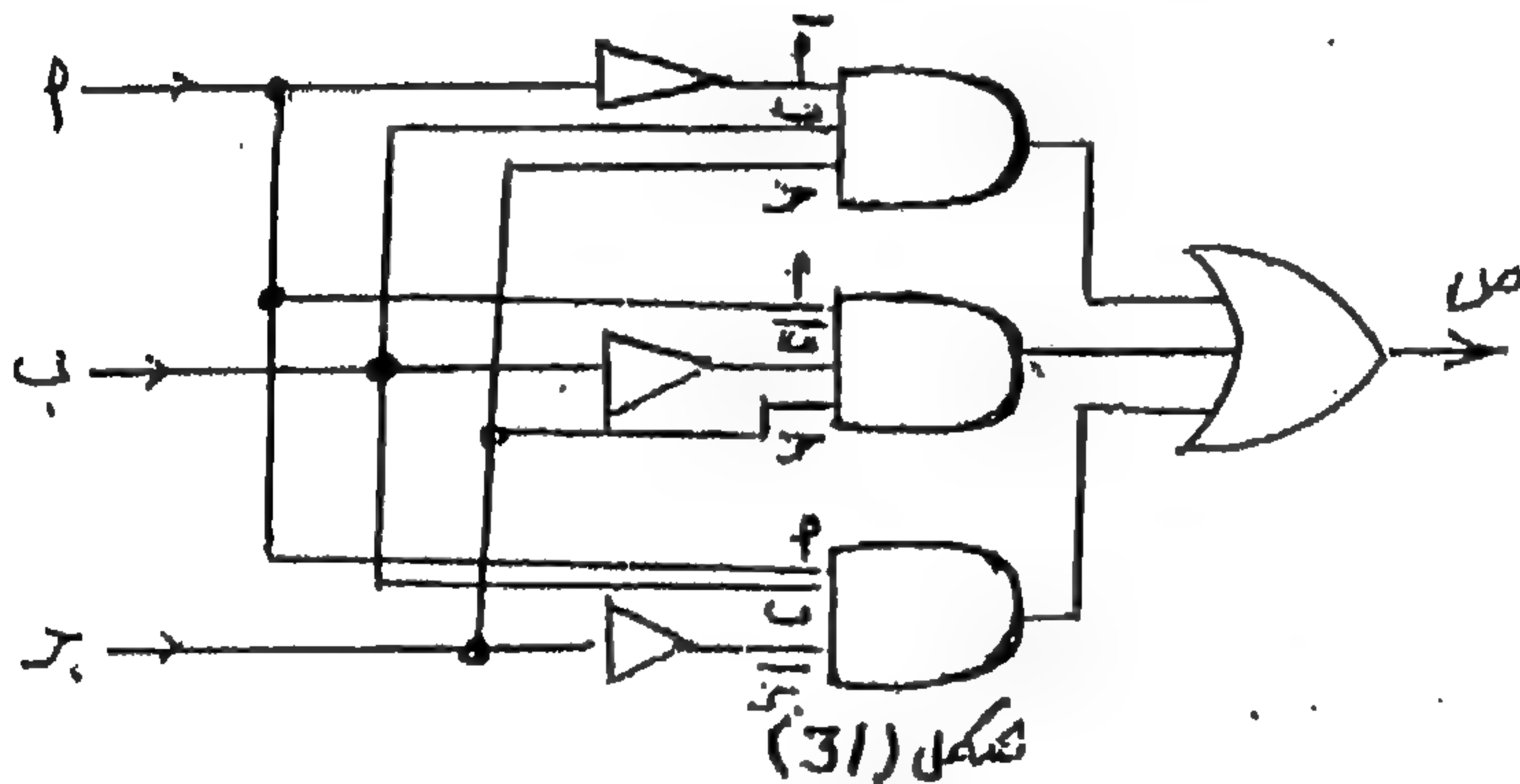
- سببه أنه ذكرنا أنه :
قيمة الخرج لبوابة "أو- المنفردة" تساوي "1" عندما يتزامن
في مدخلاتها عدد فردي من الرقم الثنائي "1". لذا تعتبر هذه
البوابة كشفاً عما العدد الفردي من الرقم الثنائي "1".
وفي هذا المثال نلاحظ أنه :

قيمة الخرج لبوابة "نفي- أو المنفردة" تساوي "1" عندما
يتزامن في مدخلاتها عدد زوجي من الرقم الثنائي "1". لذا
تعتبر هذه البوابة كشفاً عما العدد الزوجي من الرقم الثنائي "1".

• مثال : إرسم الشكل التخطيط المنطقي المناظر للتعبير البولي التالي :

$$\bar{A}B + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B} + AB = ص$$

الحل :



وبعد هذا العرض الوافي لبعض التطبيقات العلمية للمنتج نستطيع
القول أنه المنتج لم يعد علماً نظرياً كما كان في الماضي بل أصبح
علماً تطبيقياً له من التطبيقات ما يجعلنا ننظر إليه كأسلوب
لترتيب طرق البحث والدراسة في مناهج العلم المختلفة ومنه
نعم كوصلة بناء رئيسية في تكنولوجيا العصر ،

تمارين : [3:5]

1 . ارسم الرمز المنطقي لبوابة " AND " ذات المداخل ٢، ٣ وخرج
عنها بوليا - آكتب متتابعة الخرج لهذه البوابة إذا أخذت مداخلها
متتابعات البينات كالآتي :

$$\begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} = \begin{array}{l} a \\ b \end{array}$$

2 . ارسم الرمز المنطقي لبوابة " AND " ذات المداخل الأربعة
٢، ٣، ٤، ٥ وخرجها بوليا .
ارسم الدائرة التدريبية المتأخرة ثم عيّن قيمة الخرج لهذه الدائرة
عندما تأخذ ٢، ٣، ٤، ٥ البينات ١، ٠، ١، ٠ على الترتيب
متى يكون خرج هذه الدائرة = 1 ؟

3 . أعد نفس السؤال السابق مع بوابة " نفي - NAND " .
4 . ارسم الرمز المنطقي لبوابة " أو OR " ذات المداخل ٢، ٣، ٤
وخرجها بوليا - ثم عيّن قيمة الخرج لهذه البوابة إذا تراجمت
على مداخلها ٢، ٣، ٤ البينات التالية :

$$a = (1, 1, 0, 0, 0, 0)$$

$$b = (0, 1, 0, 0, 0, 0)$$

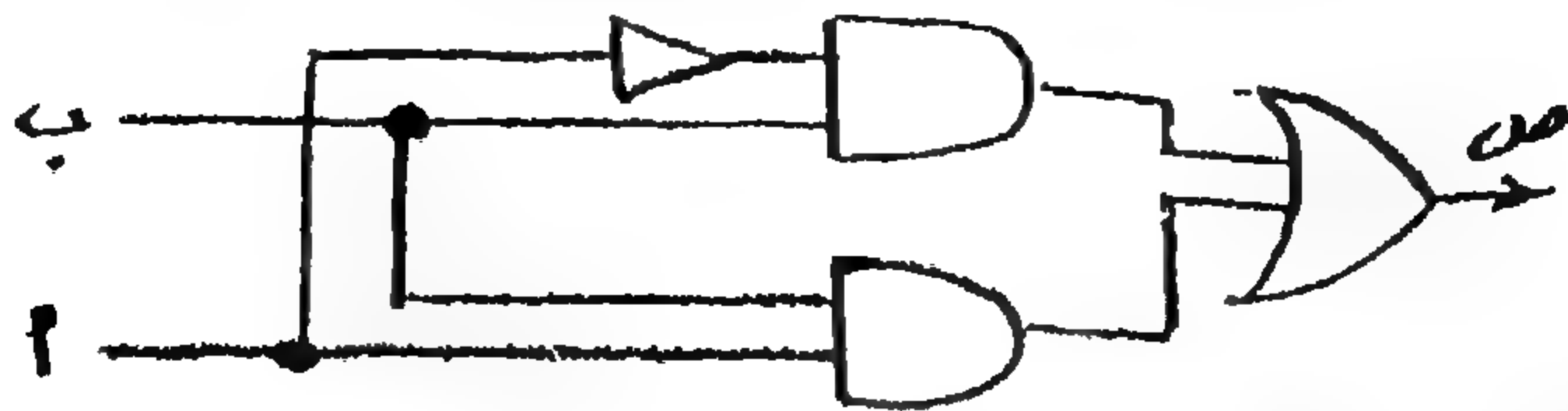
$$c = (1, 1, 1, 0, 1, 1)$$

5 . آكتب جدول الصواب لكل من " بوابة " أو OR " ، " نفي - NOR " ذات المداخل الثلاثة ٢، ٣، ٤ .
متى يكون خرج كل من البوابتين = 0 ؟

6 . ارسم الرمز المنطقي لبوابة " أو المتفرقة XOR " ذات المداخل
٢، ٣، ٤، ٥ وخرجها بوليا . آكتب جدول الصواب المتأخر لهذه البوابة .
متى يكون خرج هذه البوابة = 1 ؟
ومتى يكون الخرج = 0 ؟

هل تعتبر بوابة "أو المنفردة" كاشفاً على توافقه للدورين من
الترتبات الثنائية "0" في المداخلات ؟

7. آليّ التقييم البولي المتأخر للشكل المنطقى التالى:

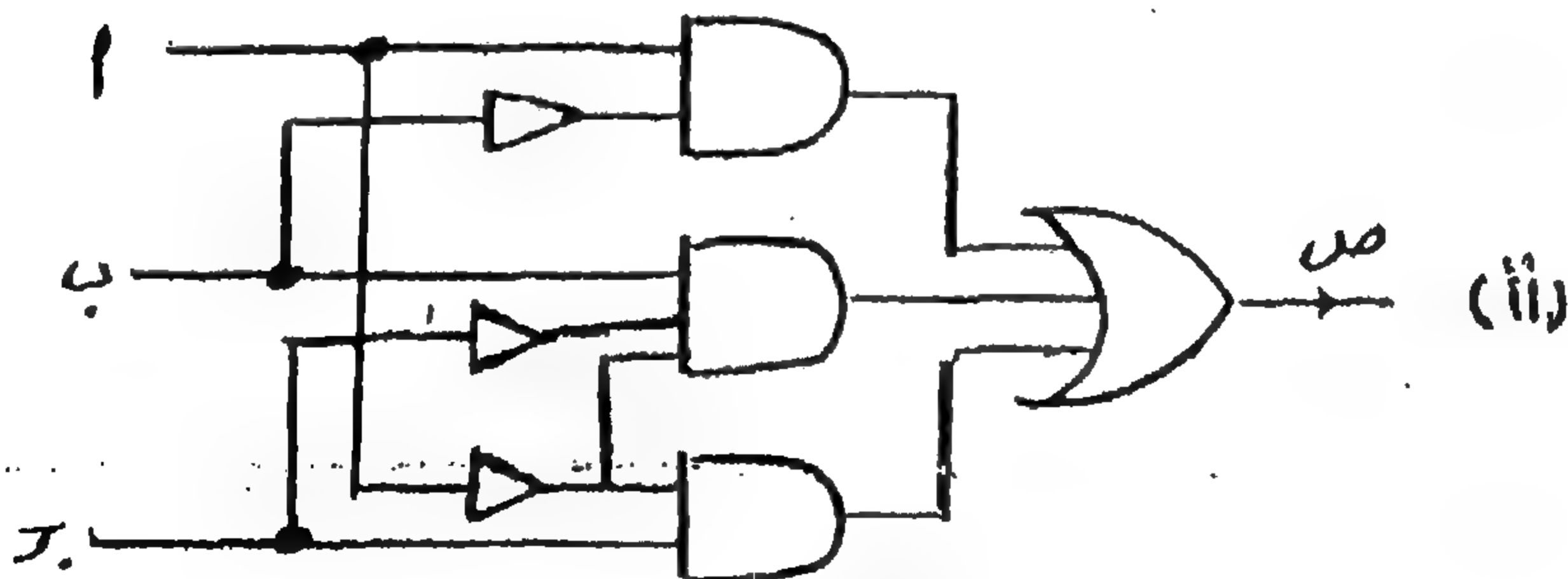
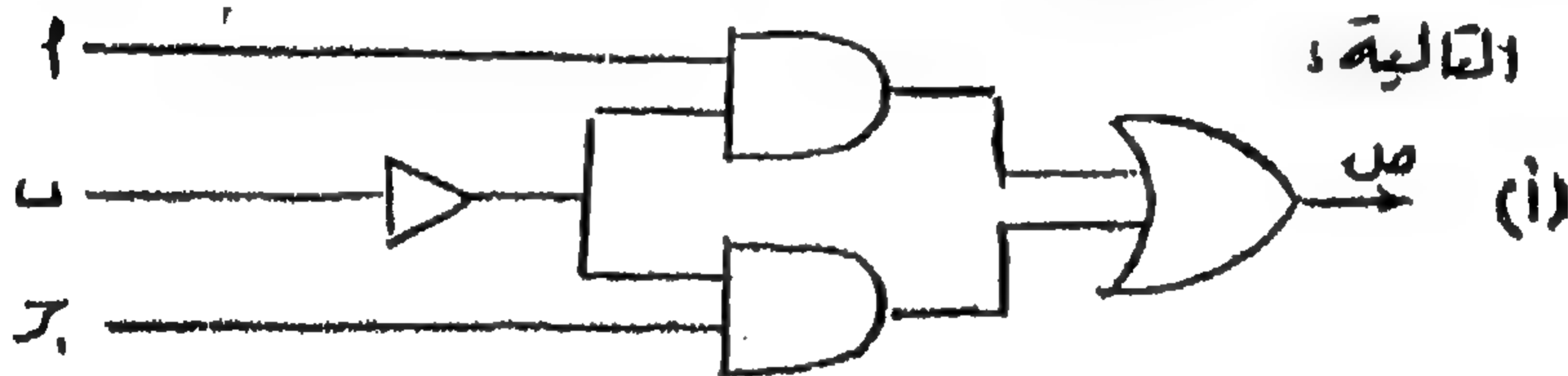


آليّ متتابعة التخرج من هذه الدائرة إذا كانت:

$$0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 = 1$$

$$1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 = 1$$

8. آليّ التقييم البولي المتأخر لهذه الأشكال التمهيدية المنطقية



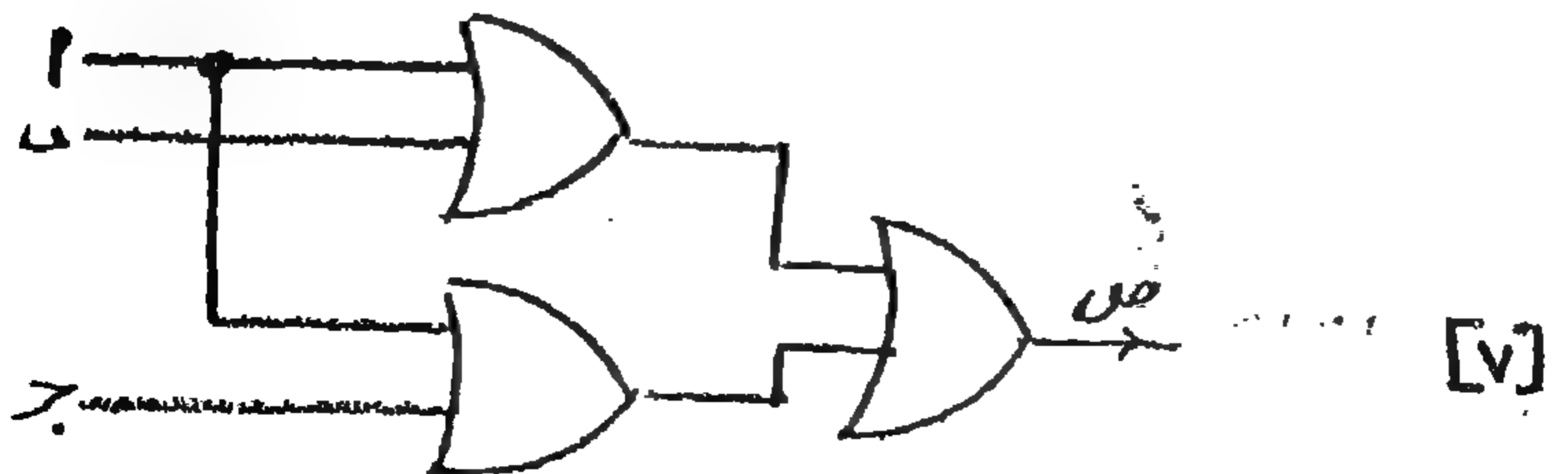
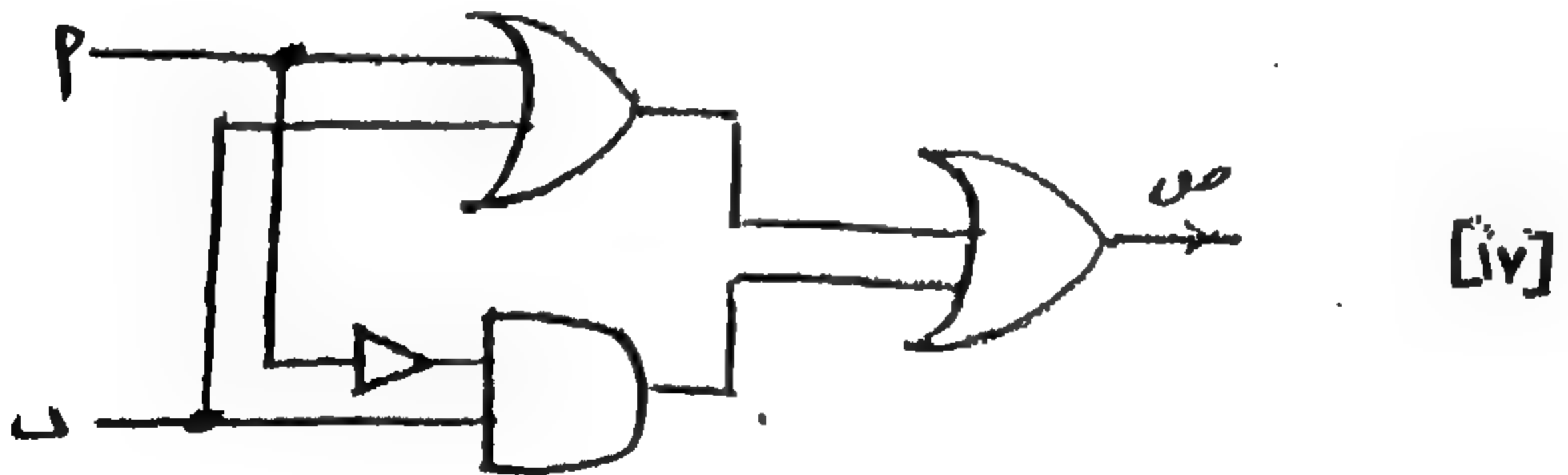
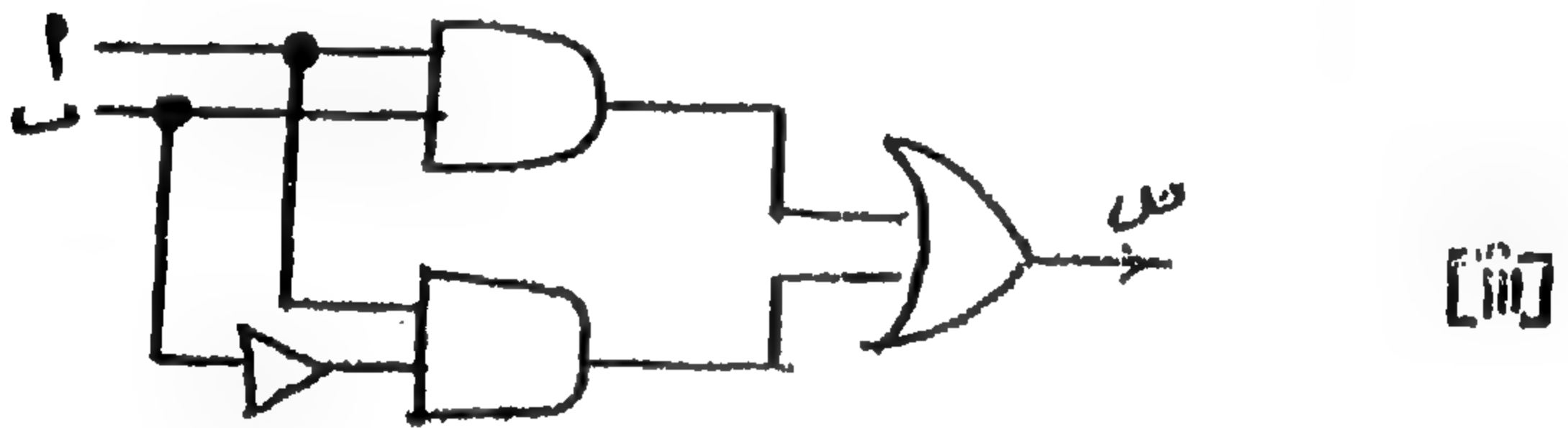
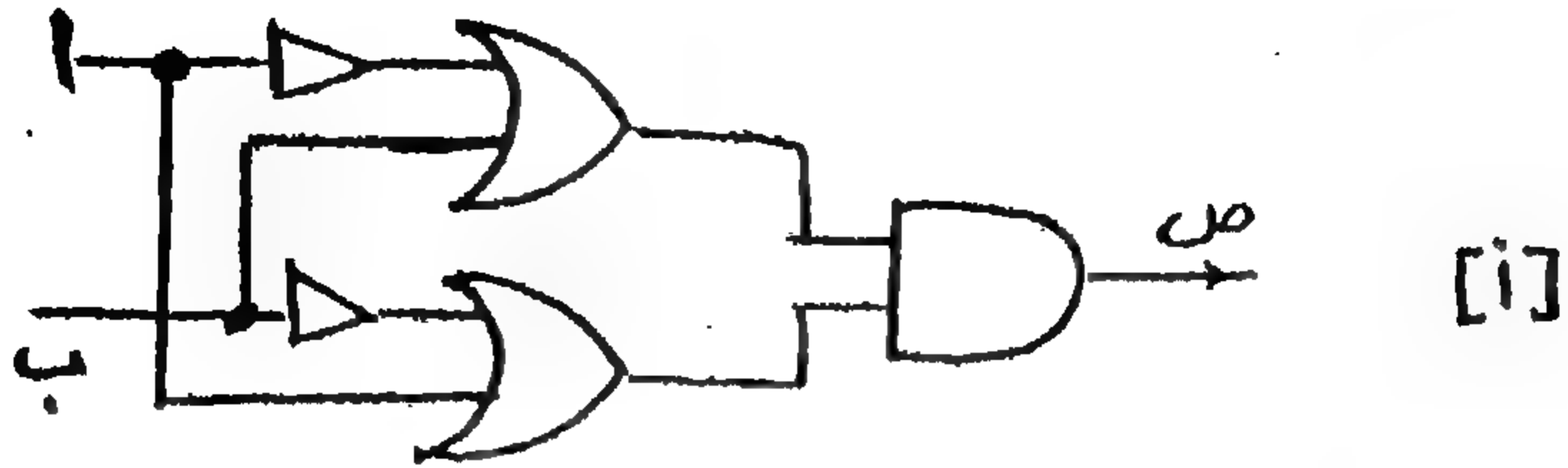
ثم عليه متتابعة التخرج لكل منها إذا كانت:

$$1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 = 1$$

$$0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 = 1$$

$$1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 = 1$$

9. أكتب التعبير البولي المناسب لكل من الدوائر المنطقية التالية -
 ثم استخدم قوانين الجبر البولي في تبسيط هذه التعبيرات ثم
 ارسم الدوائر المنطقية في صورتها المبسطة .



10. ارسم الشكل التمثيل للمنطق المتأخر لكل من التعبيرات البولية التالية :

$$[i] \quad v = p \oplus \overline{b + p}$$

$$[ii] \quad v = a \cdot \overline{b} + a \cdot \overline{c} + b \cdot c$$

$$[iii] \quad v = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$$

$$[iv] \quad v = (a + \overline{b})(b + c)$$

$$[v] \quad v = \overline{a} \oplus (b \cdot c)$$

11. أكتب جدول القيمة المتأخر لكل من التعبير البولية :

$$v_1 = (a + b + \overline{c}) \cdot (a + \overline{b} + c)$$

$$v_2 = \overline{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot c$$

هل $v_1 = v_2$ ؟ صفه ذلك باستعمال قوانين الجبر

البولي . ارسم الدائرة المنطقية المتأخرة لكل من هذين

التعبير البولية .

أكتب متتابعة الخرج لكل من الدائرتين إذا كانتا

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = p$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} = b$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = c$$



سلسلة النقب الثقافية تشمل:

■ الأجزاء الخمسة الأولى منها تحت عنوان "بين الحصر و القصر" وهي تهم

معلمي الرياضيات عموما

■ أما باقي الأجزاء فهي تهم معلمي الرياضيات و طلاب الجامعات عموما

■ والأجزاء المستقبلية مبدئيا لهذه السلسلة هي:

الجزء	العنوان
1	في مجال التدريب
2	أنماط رياضية - إنشاءات هندسية - تمارين هندسية
3	في الجبر
4	في التفاضل - حساب المثلثات
5	في الميكانيكا
6	النظم العددية
7	المنطق الرياضي وتطبيقاته
8	المنطق والبرهان الرياضي
9	القطوع المخروطية
10	التحويلات الهندسية (1)
11	التحويلات الهندسية (2)
12	البنية الجبرية (1)
13	البنية الجبرية (2)
14	الهندسة التحليلية الفراغية
15

Bibliotheca Alexandrina



0941486

3
1m